Научная статья
УДК 532.542.2+621.6.034

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ ПО ТРУБОПРОВОДУ: СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПО РАЗНЫМ РЕОЛОГИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ

В.А. Наумов[1,*]

[1] Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия
[*] E-mail: van-old@mail.ru

Аннотация. Формула удельных потерь давления в трубе (УПД), справедливая при ламинарном течении для трех реологических моделей неньютоновских жидкостей, получена в статье. Результаты экспериментального определения реологических параметров 3-х моделей одной жидкости (бурового раствора) были использованы. Модель Гершеля-Балкли была принята за эталон, так как индекс детерминации для этой модели равен 1,00. Сравнительный анализ расчетных значений УПД был выполнен в диапазоне диаметров трубопровода 60-100 мм. Индексы детерминации моделей Шведова-Бингама и Оствальда-де Ваале весьма высокие (соответственно, 0,995 и 0,991). Но использование их для упрощения расчета при сравнительно небольших объемных расходах и УПД приводит к большим ошибкам. Можно использовать модель степенной жидкости при достаточно больших УПД (1,2 кПа/м и более). Погрешность будет менее 7%, что допустимо в инженерных расчетах.

Ключевые слова: *неньютоновская жидкость; реологические модели; трубопровод; гидравлические потери на трение; зависимость; сравнение.*

Для цитирования: Наумов В.А. Гидравлические потери при ламинарном течении неньютоновских жидкостей по трубопроводу: Сравнение расчетных значений по разным реологическим моделям // *Вестник науки и образования Северо-Запада России*. 2026. Т.12. № 3. С. 46–59.

Original article

HYDRAULIC LOSSES DURING LAMINAR FLOW OF NON-NEWTONIAN FLUIDS THROUGH A PIPELINE: COMPARISON OF CALCULATED VALUES ACCORDING TO DIFFERENT RHEOLOGICAL MODELS

V.A. Naumov [1,*]

[1] Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia
[*] E-mail: van-old@mail.ru

Abstract. The formula for specific pressure losses in a pipe (SPL), valid for laminar flow for three rheological models of non-Newtonian fluids, is obtained in the article. The results of the experimental determination of the rheological parameters of 3 models of a single fluid (drilling mud) were used. The Herschel-Bulkley model was adopted as the standard, since the index of determination for this model is equal to 1.00. The comparative analysis of the calculated SPD values was performed in the pipeline diameter range of 60-100 mm. The determination indices of the Shvedov-Bingham and Ostwald-de Waele models are very high (0.995 and 0.991, respectively).

© Наумов В.А. 2026

But using them to simplify calculations with relatively small volume costs and SPD leads to large errors. You can use a power-law fluid model with sufficiently large SPD (1.2 kPa/m or more). The margin of error will be less than 7%, which is quite acceptable in engineering calculations.

Key words: *non-Newtonian fluid; rheological models; pipeline; hydraulic friction losses; addiction; comparison.*

For citation: Naumov V.A. Hydraulic losses during laminar flow of non-Newtonian fluids through a pipeline: Comparison of calculated values according to different rheological models. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2026. V.12, No. 3, pp. 46–59.

Введение

При проектировании систем трубопроводного транспортирования различных неньютоновских жидкостей необходим расчет гидравлических потерь на трение (ГПТ). Известно, что ГПТ зависят от реологических свойств жидкости [1-3]. Поэтому для расчета ГПТ применяют одну из реологических моделей. Чаще всего используются следующие 3 модели. Реологическая модель Шведова-Бингама (МШБ) – идеально пластичной жидкости:

$$\tau = \tau_0 + \mu \cdot \omega, \quad (1)$$

где τ – касательное напряжение, Па; τ_0 – предельное напряжение сдвига, Па; μ – пластическая динамическая вязкость (вязкость «на бесконечности»), Па·с; ω – сдвиг скорости, $с^{-1}$.

Реологическая модель Оствальда-де Ваале (МОВ) или модель степенной жидкости:

$$\tau = K \cdot \omega^n, \quad (2)$$

где n – индекс течения (безразмерный показатель неньютоновского поведения жидкости); K – коэффициент Оствальда (коэффициент консистенции жидкости), Па·$с^n$.

Реологическая модель Гершеля-Балкли (МГБ):

$$\tau = \tau_0 + K \cdot \omega^n. \quad (3)$$

Реже используется реологическая модель Шульмана-Кессона (МШК):

$$\tau = [(\tau_0)^{1/n} + (\mu \cdot \omega)^{1/n}]^n. \quad (4)$$

Разумеется, параметры τ_0 в (1), (3) и (4), μ в (1) и (4), K в (2) и (3), n в (2)-(4) принимают разные значения, даже по результатам экспериментальных измерений с одной жидкостью, хотя и имеют близкий физический смысл.

Отметим, что МШБ и МОВ являются двухпараметрическими, а МГБ и МШК – трехпараметрическими. Как правило, применение двухпараметрических реологических моделей позволяет упростить расчеты ГПТ, тогда как трехпараметрических – получить более точные результаты. В большинстве публикаций для расчета ГПТ используется какая-нибудь одна реологическая модель: [1-3] – МОВ, [4-6] – МШБ, [7-9] – МГБ, [10, 11] – МШК. Либо авторы указанных статей считают эту модель наиболее подходящей для течения исследуемой среды, либо выполняли расчеты для абстрактной жидкости, идеально соответствующей выбранной реологической модели.

В [12-14] выполнен анализ формулы ГПТ Лейбензона для вязкопластичной жидкости, широко используемой применительно к трубопроводному транспортированию высоковязкой нефти. В основном рассматриваются турбулентные течения. При ламинарном течении формула Лейбезона с учетом коэффициентов имеет следующий вид (в [14] имеется опечатка: в знаменателе формулы (5), вместо величины d, записано число 5)

$$I = \beta \cdot \frac{Q \cdot \mu / \rho}{d^4} \cdot \left(1 + \frac{\tau_0 \pi d^3}{6\mu Q}\right), \quad (5)$$

где I – гидравлический уклон, d – диаметр трубопровода, м; Q – объемный расход жидкости в трубопроводе, м^3/с; ρ – плотность жидкости, кг/м^3; β=4,15 с^2/м – размерный эмпирический коэффициент.

Большое количество публикаций посвящено сравнению результатов расчетов касательного напряжения по нескольким реологическим моделям и экспериментальных данных по его измерению с помощью ротационного вискозиметра. В [15-17] выполнено исследование реологических свойств буровых растворов разного состава. В [15] были изучены 5 образцов бурового раствора высокой плотности (ρ=1450 кг/м^3) на основе солей муравьиной кислоты. Для всех образцов наилучшее согласие результатов расчетов с экспериментальными данными получилось по МГБ (индекс детерминации $R^2 \geq 0{,}9989$), несколько хуже – по МОВ ($R^2 \geq 0{,}9778$) и МШБ ($R^2 \geq 0{,}9483$).

Данные лабораторного исследования [16] реологии эмульсии (при 70°С) с фильтратом оптимального состава (биополимерная жидкость с добавлением неонола и сольпена) сравнивались с результатами расчетов по 4-м моделям. С обработкой раствора ПАВ ряд моделей по ухудшению соответствия экспериментальным данным такой: МОВ, МГБ, МШК, МШБ; без обработки – ПАВ: МГБ, МОВ, МШК, МШБ. Причем у МШБ были заметно худшие показатели по сравнению с другими моделями во всех случаях.

Интересные результаты исследования реологических свойств эмульсионных буровых растворов на углеводородной основе представлены в [17]. Измерения были выполнены на ротационном вискозиметре при сдвиге скорости от 2 до 1200 с$^{-1}$. Индекс детерминации получился очень высоким по всем трем исследованным моделям: МГБ (R^2 = 1,00), МОВ (R^2 = 0,995), МШБ (R^2 = 0,991). По рис. 1*b* видно, что при малых ω соответствие расчетной линии экспериментальным точкам наблюдается только по МГБ. Тогда как линии МОВ и МШБ имеют значительные отклонения. Тем не менее, авторы [17] полагают, что в расчетах ГПТ для упрощения можно пользоваться МШБ (но не МОВ).

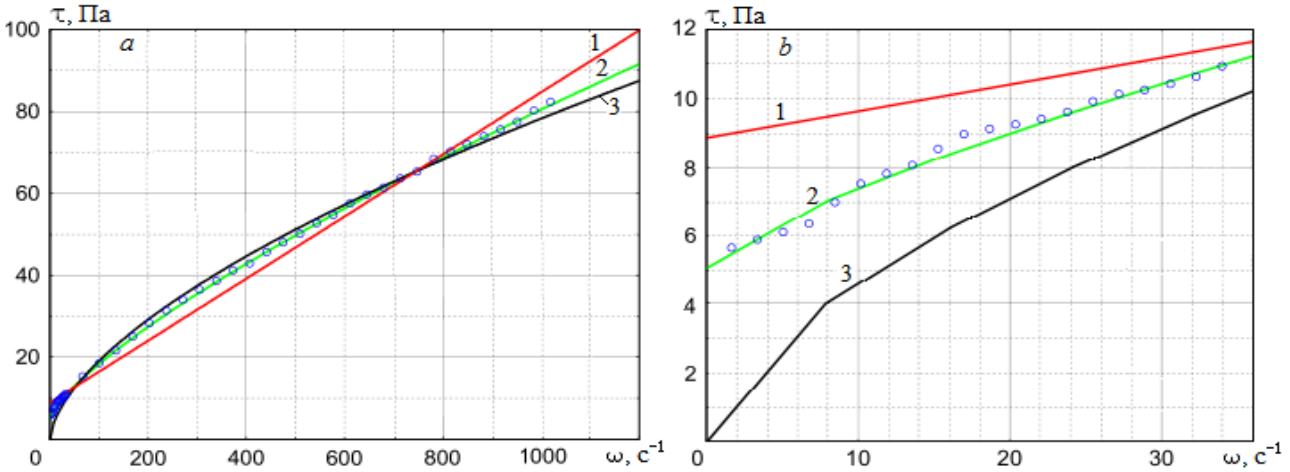


Рисунок 1 – Реологическая кривая бурового раствора: *a* – при всех ω, *b* – при малых ω. Точки – экспериментальные данные. Линии – результаты расчета: 1 – по формуле (1), 2 – по (2), 3 – по (3). Рисунок взят из статьи [17]

Целью исследования [18] было изучение реологических свойств напитка на растительной основе из бразильского ореха (Bertholletia excelsa) и Бару (Dipteryx alata Vogel) при температурах 25, 45 и 80°С. По экспериментальным данным были найдены реологические параметры 4-х моделей МГБ, МОВ, МШБ и Ньютона; рассчитаны значения индекса детерминации. В [18] результаты такого исследования по 2-м моделям (МГБ и

МШБ) приведены для цементной пасты. Опубликованы подобные исследования и для других неньютоновских сред.

В [20, 21] было показано, что коэффициент гидравлических потерь на трение (КГПТ) λ при ламинарном течении неньютоновских жидкостей в трубопроводе можно находить по формулам ньтоновской жидкости (λ=64/*Re*), но вместо обычных чисел Рейнольдса следует подставлять модифицированные значения. В частности, для МГБ – Re_{HB}:

$$Re_{HB} = \frac{W^{2-n} d^n \rho}{\frac{\tau_0}{8} \cdot \left(\frac{d}{W}\right)^n + 8^{n-1} \cdot K \cdot \left(\frac{3m+1}{4m}\right)^n}, \quad m = \frac{n}{1 + \frac{\tau_0}{K} \cdot \left(\frac{d}{8W}\right)^n}. \tag{6}$$

где W – средняя (по расходу) скорость жидкости в трубе, м/с.

В статье [21] приведен материал, наиболее близкий теме данной статьи. По результатам лабораторных измерений ротационным вискозиметром реологических свойств образцов активного ила, используемого на станциях очистки сточных вод, были найдены численные значения параметров для трех моделей: МГБ, МОВ и МШБ. Были рассчитаны значения КГПТ по каждой из моделей и сделан вывод, что они мало различаются. Но этого недостаточно для сравнения ГПТ. Дело в том, что по формуле Дарси-Вейсбаха величина ГПТ прямо пропорциональна не только λ, но и квадрату средней скорости (или объемного расхода) жидкости в трубе. Что не учтено в [21]; фактически, сравнение было проведено при одинаковых скоростях. Тогда как при одинаковых перепадах давления, рассчитанные по разным реологическим моделям скорости, будут различаться.

Цель данной статьи – по найденным в экспериментальном исследовании для одной неньютоновской жидкости реологическим параметрам нескольких моделей рассчитать и сравнить величины ГПТ; оценить возможность упрощения расчетов путем замены трехпараметрической модели двухпараметрической.

Материалы и методы

В исследованиях МШБ часто используют число Бингама $Bi = \tau_0 d/(\mu \cdot W)$, где d – диаметр трубопровода, м; W – средняя по сечению трубы скорость, м/с. В российских источниках его нередко называют числом Ильюшина, но не всегда правильно рассчитывают. Например, в [13, с. 887] $И = \tau_0/\nu\mu$, где ν – средняя скорость потока жидкости; то есть, потерян диаметр трубы.

По структуре формулы (6) целесообразно использовать число Гершеля-Балкли:

$$HB = (\tau_0/K)\,(d/W)^n = 4^{-n}\,(\tau_0/K)\,(\pi d^3/Q)^n \tag{7}$$

Для МШБ $n = 1$, $K = \mu$, поэтому $HB = Bi$. Для МОВ $HB = 0$, так как $\tau_0 = 0$.

Подставив (7) во вторую формулу (6), получим выражение для вспомогательного параметра m:

$$m = n/(1 + 8^{-n} \cdot HB). \tag{8}$$

Используя (8), преобразуем скобку в знаменателе дробного выражения (6) и запишем его так:

$$\left(\frac{3m+1}{4m}\right)^n = \left(\frac{3+1/m}{4}\right)^n = \left[\frac{3+\left(1+8^{-n}HB\right)/n}{4}\right]^n = 2^{-2n}\left[3+\frac{1+2^{-3n}HB}{n}\right]^n, \tag{9}$$

$$Re_{HB} = \frac{W^{2-n} d^n \rho / K}{2^{-3} HB + 2^{3n-3} \cdot 2^{-2n} \left(3 + \frac{1 + 2^{-3n} HB}{n}\right)^n} = \frac{8 \cdot Re_0}{HB + 2^n \cdot \left(3 + \frac{1 + 2^{-3n} HB}{n}\right)^n}. \quad (10)$$

$$Re_0 = W^{2-n} d^n \rho / K. \quad (11)$$

При, n = 1 (МШБ) и при HB = 0 (МОВ) из (10) получим, как в [20, 21]:

$$Re_{SB} = \frac{Re_0}{1 + 5 \cdot Bi / 32}, \; Re_{OV} = \frac{Re_0}{2^{n-3} \cdot (3 + 1/n)^n} \quad (12)$$

Для ньютоновской жидкости по формуле (10) получим обычное число Рейнольдса $Re = Re_0 = Wd\rho/\mu$. Следовательно, можно пользоваться выражением (10) как для ньютоновской жидкости, так и для трех реологических моделей (1)-(3), подставляя значения реологических параметров τ_0, K, n, найденных экспериментально.

Формулу для трубопровода КГПТ запишем по (10):

$$\lambda_{HB} = \frac{64}{Re_{HB}} = \frac{8}{Re_0} \cdot \left[HB + 2^n \cdot \left(3 + \frac{1 + 2^{-3n} HB}{n}\right)^n \right]. \quad (13)$$

Обозначим удельные потери давления (УПД) из-за трения по длине трубы через p и найдем их по известной формуле Дарси-Вейсбаха:

$$p_{HB} = \left|\frac{\Delta P}{\Delta L}\right| = \lambda_{HB} \cdot \frac{\rho}{d} \cdot \frac{W^2}{2} = \left[HB + 2^n \cdot \left(3 + \frac{1 + 2^{-3n} HB}{n}\right)^n \right] \cdot \frac{4K}{d^{n+1}} \cdot W^n. \quad (14)$$

где ΔP – потери давления на трение на участке трубы длиной ΔL.

Формула (14) позволяет рассчитать УПД при заданных значениях расхода. Для оценки рассчитаем относительное отклонения расчетных значений УПД, соответственно, по МШБ и по МОВ от МГБ при одинаковых значениях расхода:

$$\varphi_{OV} = 100 \cdot (p_{OV} - p_{HB})/p_{HB}, \; \varphi_{SB} = 100 \cdot (p_{SB} - p_{HB})/p_{HB}. \quad (15)$$

Найти же аналитическую зависимость скорости (или расхода Q) от УПД в общем случае не удастся из-за нелинейной зависимости HB от W. В частных случаях это возможно, например, по известной формуле Букингема–Рейнера для МШБ.

Зададимся рядом значений p, подставим их в формулу (14). Полученное равенство представляет собой уравнение относительно объемного расхода. Воспользуемся численным методом решения нелинейных алгебраических уравнений в среде Mathcad, найдем ряд Q, соответствующий ряду p.

Относительное отклонения расчетных значений расхода, соответственно, по МШБ и по МОВ от МГБ при одинаковых значениях УПД:

$$\varepsilon_{OV} = 100 \cdot (Q_{OV} - Q_{HB})/Q_{HB}, \; \varepsilon_{SB} = 100 \cdot (Q_{SB} - Q_{HB})/Q_{HB}. \quad (16)$$

Используем значения реологических параметров бурового раствора, найденные экспериментально для трех моделей в [17]. Значения приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Реологические параметры бурового раствора [17]

Модель	Обозначение	Индекс	τ_0, Па	n	K, Па·с^n	R^2
Гершеля-Балкли	МГБ	HB	5,08	0,766	0,408	1,00
Оствальда-де Ваале	МОВ	OV	-	0,612	1,14	0,995
Шведова-Бингама	МШБ	SB	8,88	1	0,0758	0,991

Результаты и обсуждение

Важно в расчетах ограничить пределы рассматриваемых параметров областью ламинарного течения в трубопроводе. Зададим диапазон внутренних диаметров труб d = 60-100 мм. На рис. 2 представлены результаты расчета модифицированных чисел Рейнольдса в зависимости от объемного расхода в указанном диапазоне диаметров (графики Re_{OV} не приведены, так как они мало отличаются от Re_{HB}).

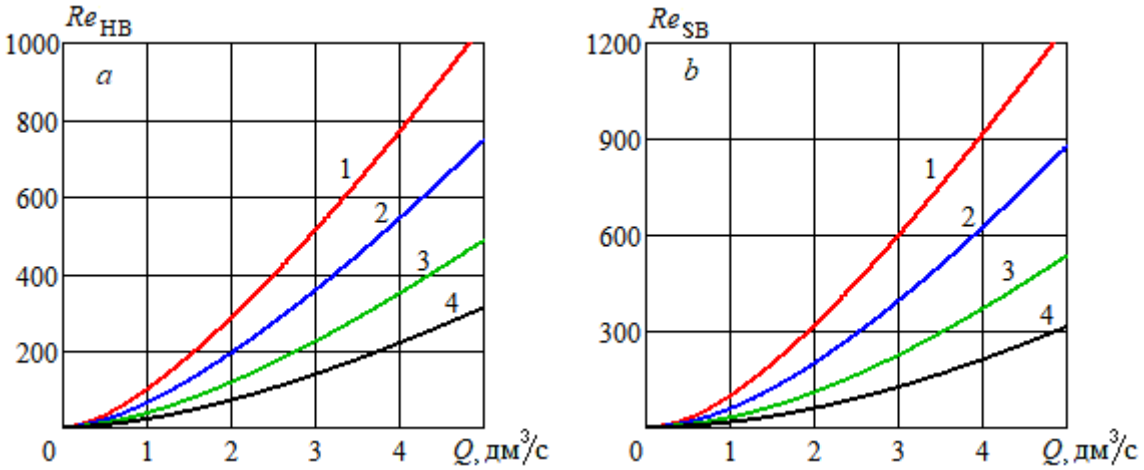


Рисунок 2 – Зависимость модифицированных чисел Рейнольдса от объемного расхода при различных значениях диаметра трубопровода: 1 – d = 60 мм, 2 – 70 мм, 3 – 84 мм, 4 – 100 мм; *a* – расчет по МГБ, *b* – расчет по МШВ

Авторы [13, 14] полагают, что критические числа Рейнольдса для МШБ можно рассчитывать по формуле $Re_{кр} = 2300\cdot(1 + И/6)$. Однако результаты опытов, приведенные в [21], показали, что уже при значениях модифицированных чисел Рейнольдса, превышающих ≈1500, значения КГПТ отличаются от результатов расчета по формуле (13). Поэтому, в соответствии с рис. 2, далее ограничимся областью объемных расходов $Q \leq 5$ дм^3/с.

По рис. 3 в указанной области числа Гершеля-Балкли не менее 4. Значит, применение модели ньютоновской жидкости в расчетах ГПТ не допустимо.

ISSN 2413–9858

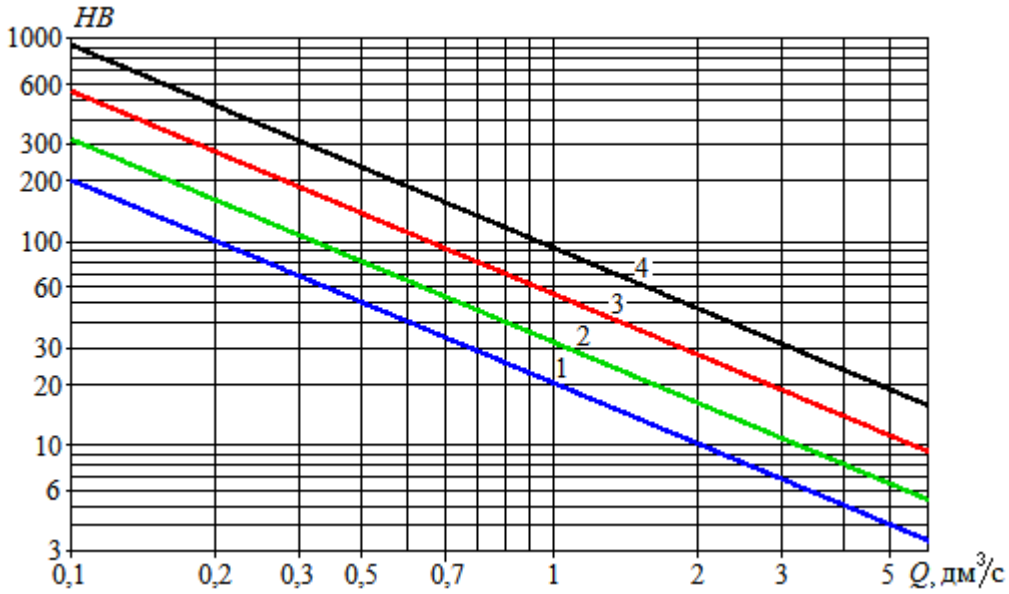


Рисунок 3 – Зависимость числа Гершеля-Балкли от объемного расхода при различных значениях диаметра трубопровода: 1 – d = 60 мм, 2 – 70 мм, 3 – 84 мм, 4 – 100 мм

На рис. 4 приведены результаты расчета КГПТ по трем моделям и двум диаметрам.

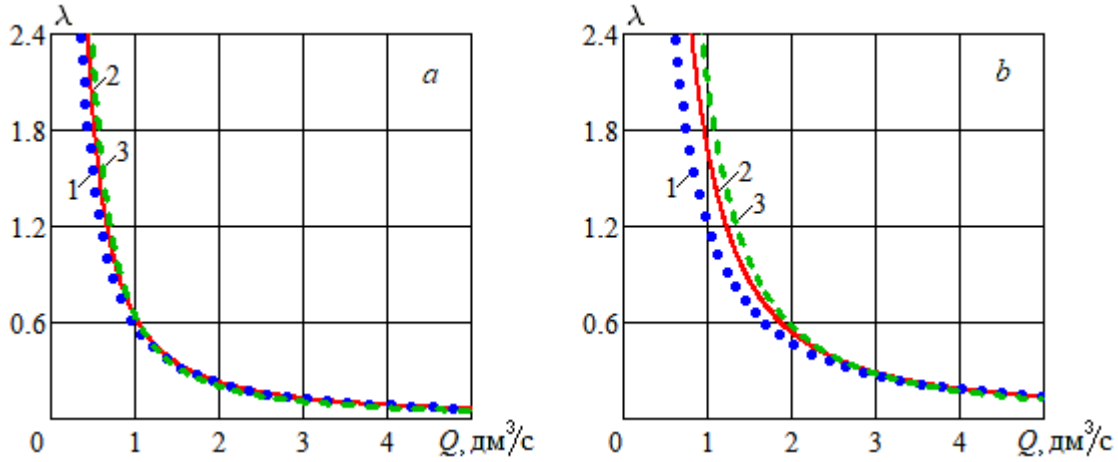


Рисунок 4 – Зависимость КГПТ от расхода по 3-м моделям: 1 – МОВ, 2 – МГБ, 3 – МШБ; a – расчет при d = 60 мм, b – расчет при d = 70 мм

При d = 60 мм результаты расчета КГПТ по 3-м моделям мало различаются во всем рассмотренном диапазоне расходов (рис. 4a). Что согласуется с выводами [21]. Однако при увеличении диаметра и небольших расходах разница может быть заметной. Если d = 70 мм, то при Q = 1 дм^3/с величина λ_{OV} более чем на 30% меньше λ_{HB} (рис. 4b), которое принимаем за эталонное. При больших диаметрах эта разница только увеличивается.

На рис. 5 результаты расчета УПД по 3-мм реологическим моделям при 2-х значениях диаметра. Вновь за эталонные принимаем результаты расчета по МГБ (линия 2).

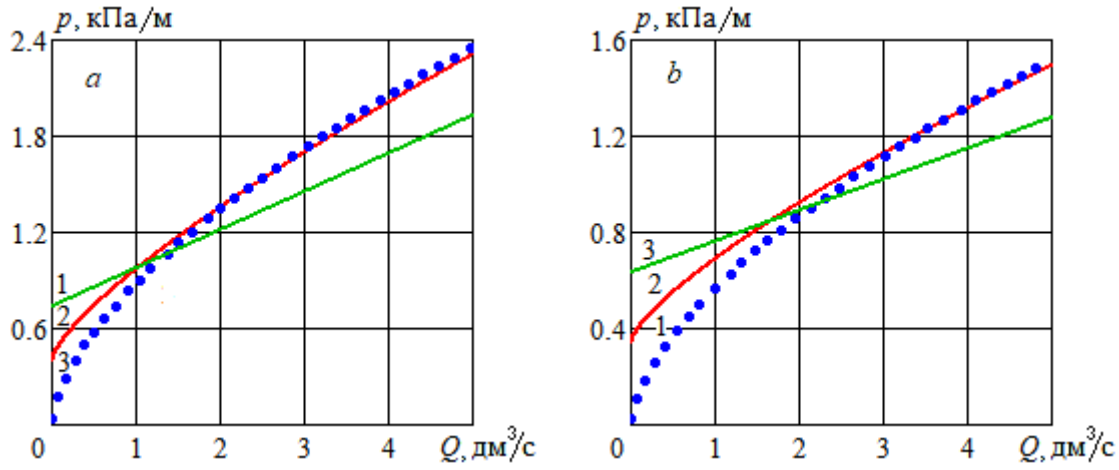


Рисунок 5 – Зависимость УПД от расхода по 3-м моделям: 1 – МОВ, 2 – МГБ, 3 – МШБ; *a* – расчет при d = 60 мм, *b* – расчет при d = 70 мм

При достаточно больших расходах результаты расчета УПД по МОВ и МГБ отличаются незначительно. Тогда как отличие по МШБ и МГБ весьма заметное, за исключением узкого диапазона объемных расходов, который зависит от диаметра. Сказанное подтверждается рис. 6 с относительными отклонениями расчетных значений УПД по формулам (15). При небольших значениях Q модуль отклонений очень большой и по МОВ, и по МШБ; он превышает 60%, причем $\varphi_{OV} < 0$, $\varphi_{SB} > 0$. В этой области, чем больше диаметр, тем больше модуль относительного отклонения УПД. С ростом расхода модуль φ_{OV} монотонно уменьшается. При Q=5 дм^3/с и d = 60 мм φ_{OV} =1,9 %; d=84 мм – φ_{OV} =-1,8 %; d=100 мм – φ_{OV} =-8,2 %. Что допустимо в инженерных расчетах. Величина же φ_{SB} с увеличением расхода сначала уменьшается до нуля, а затем уходит в отрицательную область. Так при d = 60 мм, если Q = 0,3 дм^3/с, то φ_{SB} = +27,4 %; если же Q = 5 дм^3/с, то φ_{SB} =-16,4 %.

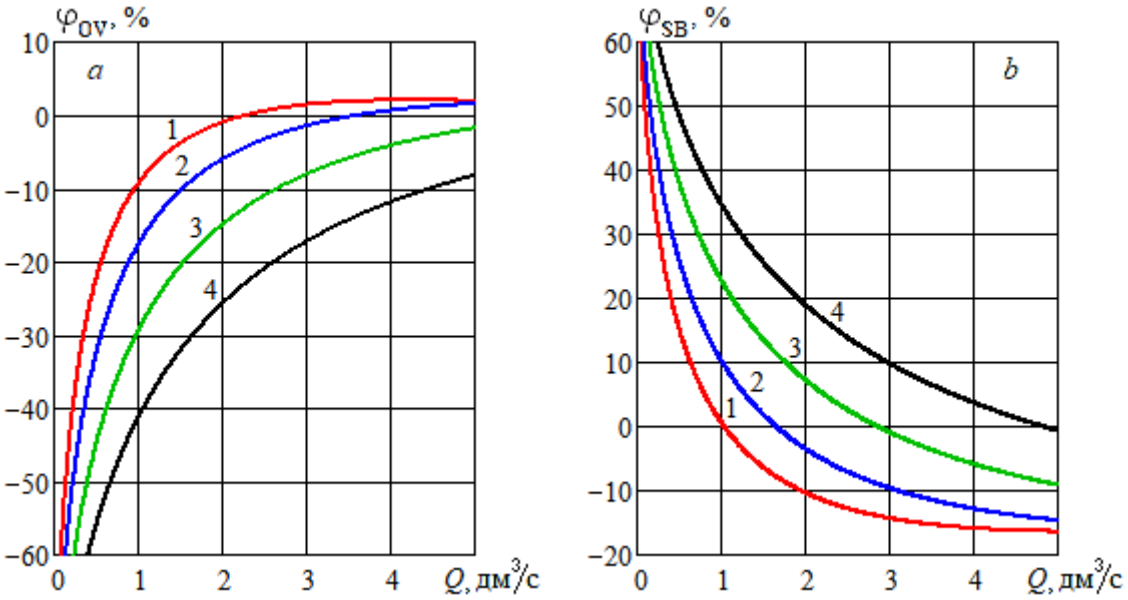


Рисунок 6 – Зависимость относительных отклонений расчетных значений УПД от объемного расхода при различных значениях диаметра трубопровода: 1 – d = 60 мм, 2 – 70 мм, 3 – 84 мм, 4 – 100 мм; *a* – расчет для МОВ, *b* – расчет для МШБ

Сделанные в предыдущих абзацах выводы справедливы при определении перепада давления в трубопроводе, необходимого для обеспечения заданного расхода жидкости. Однако возможен случай, когда необходимо определить объемный расход по заданному

значению УПД. Например, если для подачи неньютоновской среды используется некоторый одновинтовой насос, то у него перепад давления ограничен максимальным рабочим значением ΔP_{max} [22, 23]. Тогда рассчитывается допустимое значение УПД $p_{max} = \Delta P_{max}/L$, где L – длина трубопровода. А по нему определяют, какой объемный расход может обеспечить этот насос при заданных реологических характеристиках перекачиваемой жидкости.

На рис. 7 представлены результаты расчета объемного расхода по заданному ряду значений УПД для 3-х реологических моделей при различных d. По всем моделям объемный расход увеличивается с ростом УПД и диаметра. Но имеются существенные различия. Заметные отличия у МОВ от МГБ только при малых значениях Q, а у МШБ – во всей исследованной области. Причем МШБ значительно завышает расчетные величины расхода. Так при d = 60 мм и p = 1,6 кПа/м по МГБ получаем Q = 2,7 дм^3/с, а по МШБ – Q = 3,6 дм^3/с.

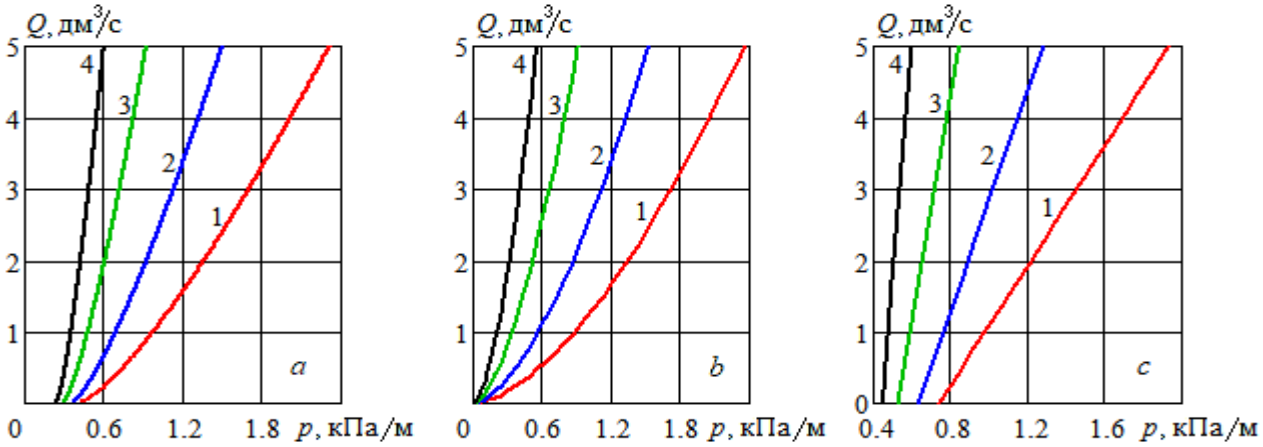


Рисунок 7 – Зависимость объемного расхода от УПД по трем моделям при различных значениях диаметра трубопровода: 1 – d = 60 мм, 2 – 70 мм, 3 – 84 мм, 4 – 100 мм; a – расчет по МГБ, b – расчет по МОВ, c – расчет по МШБ

Для наглядности на рис. 8 результаты расчета расходов по 3-м моделям приведены на одном графике (8a) при d = 60 мм, на другом (8b) – при d = 70 мм. На рис. 9 и 10 значения ε.

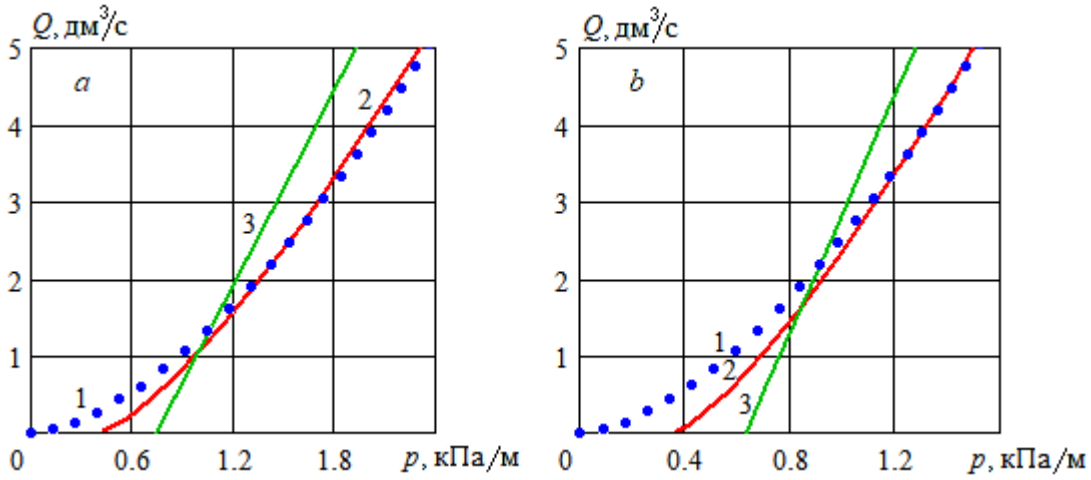


Рисунок 8 – Сравнение расчетных расходов по 3-м моделям: 1 – МОВ, 2 – МГБ, 3 – МШБ; a – расчет при d = 60 мм, b – расчет при d = 70 мм

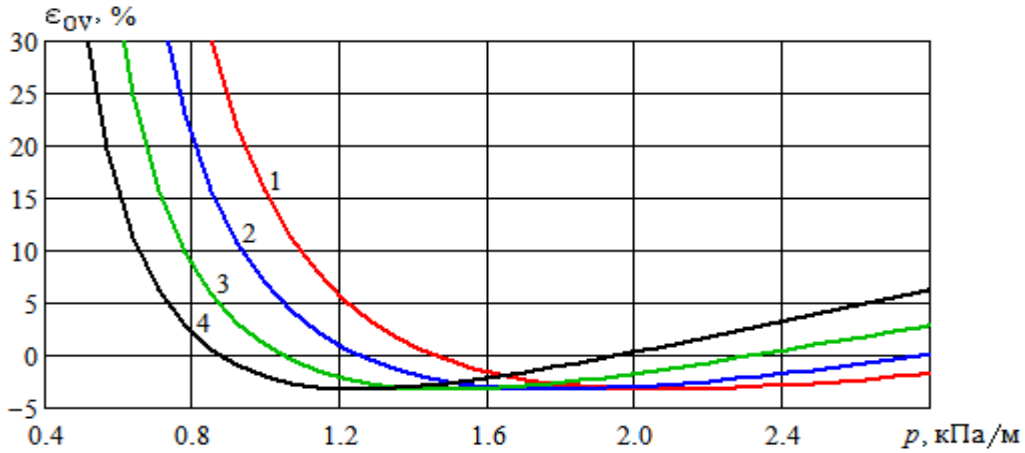


Рисунок 9 – Зависимость отклонения расчетных значений расхода по МОВ – МГБ от УПД при разных значениях диаметра: 1 – d = 60 мм, 2 – 70 мм, 3 – 84 мм, 4 – 100 мм

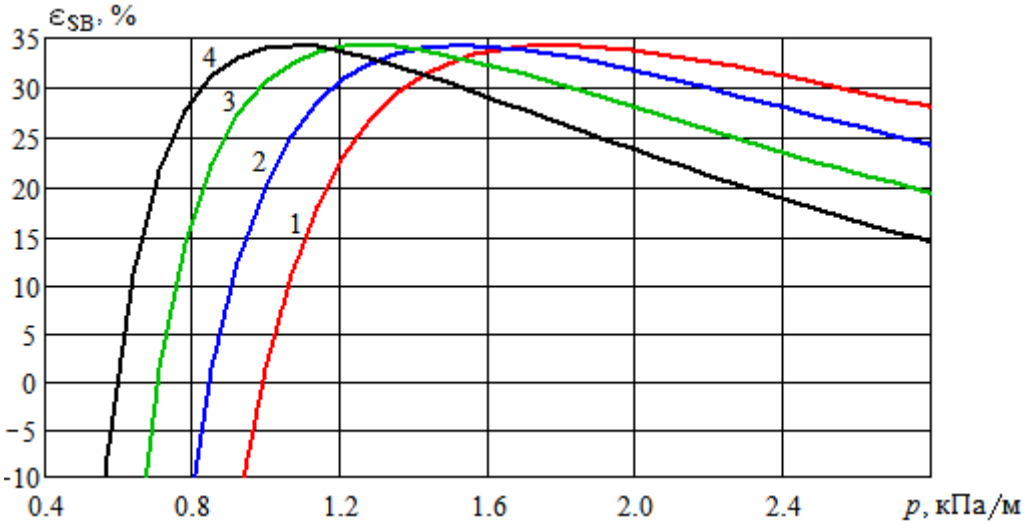


Рисунок 10 – Зависимость отклонения расчетных значений расхода по МШБ – МГБ от УПД при разных значениях диаметра: 1 – d = 60 мм, 2 – 70 мм, 3 – 84 мм, 4 – 100 мм

Зависимость ε_{OV} от УПД имеет минимум (рис. 9). Величина этого минимума равна -3,18% и не зависит от диаметра. Но значение УПД, при котором наблюдается минимум, сдвигается влево с ростом диаметра. При d = 60 мм это значение p = 2,06 кПа/м, при d = 60 мм – p = 1,78 кПа/м, при d = 100 мм – p = 1,28 кПа/м. Модуль ε_{OV} будет меньше 7%, если при d = 60 мм – p > 1,18 кПа/м, при d = 70 мм – p > 0,98 кПа/м, при d = 100 мм – p > 0,69 кПа/м.

Зависимость ε_{SB} от УПД имеет максимум (рис. 10). С ростом диаметра величина этого максимума незначительно снижается (34,2% при d = 60 мм, 33,7% при d = 100 мм), и он заметно сдвигается влево. В отличие от МОВ, диапазон УПД, при которых $|\varepsilon_{SB}| < 7\%$, весьма узок. К тому же этот диапазон зависит от диаметра. Например, для выполнения указанного неравенства при d = 84 мм значение УПД должно быть в интервале от 0,68 до 0,74 кПа/м, при d = 84 – от 0,57 до 0,62 кПа/м. Что, не позволит использовать МШБ для упрощения расчетов.

Заключение

Таким образом, получено выражение УПД (14), справедливое при ламинарном режиме течения для трех реологических моделей (МГБ, МОВ, МШБ); множителем в указанном выражении является средняя скорость в степени n. Были использованы

результаты экспериментального определения реологических параметров 3-х моделей одной жидкости – утяжеленного бурового раствора на углеводородной основе. МГБ была принята за эталон, так как индекс детерминации для этой модели 1,00.

Был выполнен сравнительный анализ расчетных значений по разным реологическим моделям в диапазоне диаметров трубопровода 60-100 мм, как при равных расходах жидкости, так и при равных перепадах давления. Несмотря на то, что индексы детерминации МОВ и МШБ весьма высокие (соответственно, 0,995 и 0,991), использование их для упрощения расчета ГПТ при сравнительно небольших объемных расходах и УПД приводит к большим ошибкам (60 % и более). Можно использовать МОВ при достаточно больших УПД (в исследованных условиях p > 1,2 кПа/м), погрешность будет менее 7%, что вполне допустимо в инженерных расчетах. Использование же МШБ не рекомендуется даже при больших расходах, так как приводит к заведомо большей погрешности.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Majd A., Ahmadi A., Keramat A. Investigation of non-Newtonian fluid effects during transient flows in a pipeline // Journal of Mechanical Engineering. 2016. V. 62, No. 2. P. 105-115.

2. Ахмедова Н.Р., Левичева О.И., Наумов В.А. Гидравлический расчет системы подачи плавленого сыра кулачковым насосом // Вестник КрасГАУ. 2024. № 6. С. 146–156.

3. Naumov V.A. Calculation of hydraulic losses in a pipeline taking into consideration the dependence of minced meat density and rheological parameters on pressure // Theory and Practice of Meat Processing. 2026. V. 11, No. 1. P. 69–76.

4. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Сабылина Н.Р., Асеева А.Е., Суртаева А.А. Исследование установившегося течения вязкопластического битумного вяжущего, описываемого моделью Шведова–Бингама, в цилиндрической трубе // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2019. Т. 21. № 3. С. 158–177.

5. Fusi L., Housiadas K.D., Georgiou G.C. Flow of a Bingham fluid in a pipe of variable radius // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 2020. V. 285, Iss. 2. Paper ID 104393. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2020.104393.

6. Velikanov N. L., Naumov V. A. Transportation of fish oil through a pipeline by a single-screw pump // Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Fishing industry. 2024. No. 3. P. 95-101.

7. Борзенко Е.И. Хегай Е.И. Численное моделирование стационарного течения жидкости Балкли-Гершеля в канале с внезапным расширением // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2016. № 1(39). С. 68-81.

8. Labsia N., Benkahla Y.K. Herschel-Bulkley fluid flow within a pipe by taking into account viscous dissipation // Mechanics & Industry. 2016. V. 17, Iss. 304. Paper ID 2015063. DOI: 10.1051/meca/2015063.

9. Ferroudji H., Hadjadj A., Rahman M.A., Hassan I., Ofei T.N., Haddad A. The impact of orbital motion of drill pipe on pressure drop of non-Newtonian fluids in eccentric annulus // Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences. 2020. V. 65, Iss. 1. P. 94-108.

10. Матвеенко В.Н., Кирсанов Е.А., Ремизов С.В. Высокопарафинистая нефть как дисперсная система. Влияние механической предыстории образца на коэффициенты уравнения Кэссона // Вестник Московского университета. Серия: Химия. 2001. Т. 42, № 5. С. 363-367.

11. Gurbanov R.S., Abdinov E.T. Model of “hypothetical canal” of flow in porous medium // Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan. 2002. V. XVII (XXV). P. 179-186.

12. Valiev M.I., Korshak A.A. The use of the generalized formula of L.S. Leibenzon in the hydraulic calculation of pumping oil and petroleum products with small additives of polymers // Oil Industry. 2020. V. 2020. Iss. 8. P. 110-112.

13. Николаев А.К., Зарипова Н.А. Обоснование аналитических зависимостей для гидравлического расчета транспорта высоковязких нефтей // Записки Горного института. 2021. Т. 252. С. 885-895.

14. Барабанщикова Т.А., Нурмухамедов Ч.И., Соколова В.В., Ташбулатов Р.Р. Анализ зависимостей определения потерь напора на трение при перекачке нефти с неньютоновскими свойствами // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. 2024. № 3-4. С. 13–18.

15. Леушева Е.Л., Алиханов Н.Т., Бровкина Н.Н. Исследование реологических свойств безбаритного бурового раствора повышенной плотности // Записки Горного института. 2022. Т. 258. С. 976-985.

16. Волошин Ю.Д., Васютин Д.Ю. О возможности повышения качества освоения скважины // Грааль науки. 2021. № 5. С. 123-130.

17. Гаджиев С. Г., Евдокимов И.Н., Елисеев Н.Ю., Лосев А.П. Обоснование реологической модели утяжеленных буровых растворов на углеводородной основе для гидравлических расчетов // Бурение & нефть. 2017. № 7/8. С. 66-71.

18. Solva K., Machadd A., Carddsd C., Solva F. Frejtas F. Rheological behavior of plant-based beverages // Food Science and Technology. 2020. V. 40, Iss. 1. P. 258-263.

19. Campos R.S., Maciel G.F. Test protocol and rheological model influence on determining the rheological properties of cement pastes // Journal of Building Engineering. 2021. V. 44. Paper ID 103206. DOI: 10.1016/j.jobe.2021.103206.

20. Madlener, K., Frey B., Ciezki H.K. Generalized Reynolds number for non-Newtonian fluids // Progress in Propulsion Physics. 2009. V. 1. P. 237-250.

21. Csizmadia P., Till S. The effect of rheology model of an activated sludge on to the predicted losses by an elbow // Periodica Polytechnica. Mechanical Engineering. 2018. V. 62, No. 4. P. 305– 311.

22. Наумов В.А. Оценка влияния вязкости жидких пищевых продуктов на нагрузочные характеристики одновинтовых насосов // Техника и технология пищевых производств. 2021. Т. 51, № 2. С. 290–300.

23. Великанов Н.Л., Наумов В.А. Алгоритм выбора одновинтовых насосов в пищевой промышленности // Технико-технологические проблемы сервиса. 2023. № 4(66). С. 38-42.

REFERENCES

1. Majd A., Ahmadi A., Keramat A. Investigation of non-Newtonian fluid effects during transient flows in a pipeline. Journal of Mechanical Engineering. 2016. V. 62, No. 2, pp. 105-115.

2. Ahmedova N.R., Levicheva O.I., Naumov V.A. *Gidravlicheskij raschet sistemy podachi plavlenogo syra kulachkovym nasosom* [Hydraulic calculation of the processed cheese feeding system by a lobe pump]. *Vestnik KrasGAU*. 2024. No. 6, pp. 146–156.

3. Naumov V.A. Calculation of hydraulic losses in a pipeline taking into consideration the dependence of minced meat density and rheological parameters on pressure. Theory and Practice of Meat Processing. 2026. V. 11, No. 1, pp. 69–76.

4. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Sabylina N.R., Aseeva A.E., Surtaeva A.A. *Issledovanie ustanovivshegosya techeniya vyazkoplasticheskogo bitumnogo vyazhushchego, opisyvaemogo model'yu Shvedova–Bingama, v cilindricheskoj trube* [Investigation of the steady–state flow of a viscoplastic bitumen binder described by the Shvedov-Bingham model in a cylindrical pipe]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta*. 2019. V. 21, No. 3, pp. 158–177.

5. Fusi L., Housiadas K.D., Georgiou G.C. Flow of a Bingham fluid in a pipe of variable radius. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 2020. V. 285, Iss. 2. Paper ID 104393. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2020.104393.

6. Velikanov N. L., Naumov V. A. Transportation of fish oil through a pipeline by a single-screw pump. Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Fishing industry. 2024. No. 3, pp. 95-101.

7. Borzenko E.I. Hegaj E.I. *Chislennoe modelirovanie stacionarnogo techeniya zhidkosti Balkli-Gershelya v kanale s vnezapnym rasshireniem* [Numerical simulation of stationary Bulkley-Herschel fluid flow in a channel with sudden expansion]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universitetata. Matematika i mekhanika.* 2016. No. 1(39), pp. 68-81.

8. Labsia N., Benkahla Y.K. Herschel-Bulkley fluid flow within a pipe by taking into account viscous dissipation. Mechanics & Industry. 2016. V. 17, Iss. 304. Paper ID 2015063. DOI: 10.1051/meca/2015063.

9. Ferroudji H., Hadjadj A., Rahman M.A., Hassan I., Ofei T.N., Haddad A. The impact of orbital motion of drill pipe on pressure drop of non-Newtonian fluids in eccentric annulus. Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences. 2020. V. 65, Iss. 1, pp. 94-108.

10. Matveenko V.N., Kirsanov E.A., Remizov S.V. *Vysokoparafinistaya neft' kak dispersnaya sistema. Vliyanie mekhanicheskoj predystorii obrazca na koefficienty uravneniya Kessona* [High-paraffin oil as a dispersed system. Influence of the mechanical background of the sample on the coefficients of the Casson equation]. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya: Himiya*. 2001. V. 42, No. 5, pp. 363-367.

11. Gurbanov R.S., Abdinov E.T. Model of “hypothetical canal” of flow in porous medium. Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan. 2002. V. XVII (XXV), pp. 179-186.

12. Valiev M.I., Korshak A.A. The use of the generalized formula of L.S. Leibenzon in the hydraulic calculation of pumping oil and petroleum products with small additives of polymers. Oil Industry. 2020. V. 2020. Iss. 8, pp. 110-112.

13. Nikolaev A.K., Zaripova N.A. *Obosnovanie analiticheskih zavisimostej dlya gidravlicheskogo rascheta transporta vysokovyazkih neftej* [Substantiation of analytical dependencies for hydraulic calculation of transport of high-viscosity oils]. *Zapiski Gornogo instituta*. 2021. V. 252, pp. 885-895.

14. Barabanshchikova T.A., Nurmuhamedov Ch.I., Sokolova V.V., Tashbulatov R.R. *Analiz zavisimostej opredeleniya poter' napora na trenie pri perekachke nefti s nen'yutonovskimi svojstvami* [Analysis of the dependences of determining pressure losses to friction when pumping oil with non-Newtonian properties]. *Transport i hranenie nefteproduktov i uglevodorodnogo syr'ya*. 2024. No. 3-4, pp. 13–18.

15. Leusheva E.L., Alihanov N.T., Brovkina N.N. *Issledovanie reologicheskih svojstv bezbaritnogo burovogo rastvora povyshennoj plotnosti* [Investigation of rheological properties of high-density barrier-free drilling mud] *Zapiski Gornogo instituta.* 2022. V. 258, pp. 976-985.

16. Voloshin Yu.D., Vasyutin D.Yu. *O vozmozhnosti povysheniya kachestva osvoeniya skvazhiny* [About the possibility of improving the quality of well development]. *Graal' nauki.* 2021. No. 5, pp. 123-130.

17. Gadzhiev S. G., Evdokimov I.N., Eliseev N.YU., Losev A.P. *Obosnovanie reologicheskoj modeli utyazhelennyh burovyh rastvorov na uglevodorodnoj osnove dlya gidravlicheskih raschetov* [Substantiation of the rheological model of hydrocarbon-based weighted drilling fluids for hydraulic calculations]. *Burenie & neft'*. 2017. No. 7/8, pp. 66-71.

18. Solva K., Machadd A., Carddsd C., Solva F. Frejtas F. Rheological behavior of plant-based beverages. Food Science and Technology. 2020. V. 40, Iss. 1, pp. 258-263.

19. Campos R.S., Maciel G.F. Test protocol and rheological model influence on determining the rheological properties of cement pastes. Journal of Building Engineering. 2021. V. 44. Paper ID 103206. DOI: 10.1016/j.jobe.2021.103206.

20. Madlener, K., Frey B., Ciezki H. K. Generalized Reynolds number for non-Newtonian fluids. Progress in Propulsion Physics. 2009. V. 1, pp. 237-250.

21. Csizmadia P., Till S. The effect of rheology model of an activated sludge on to the predicted losses by an elbow. Periodica Polytechnica. Mechanical Engineering. 2018. V. 62, No. 4, pp. 305– 311.

22. Naumov V.A. *Ocenka vliyaniya vyazkosti zhidkih pishchevyh produktov na nagruzochnye harakteristiki odnovintovyh nasosov* [Evaluation of the effect of viscosity of liquid food products on the load characteristics of single-screw pumps]. Tekhnika i tekhnologiya pishchevyh proizvodstv. 2021. V. 51, No. 2, pp. 290-300.

23. Velikanov N.L., Naumov V.A. *Algoritm vybora odnovintovyh nasosov v pishchevoj promyshlennosti* [Algorithm for selecting single-screw pumps in the food industry]. *Tekhniko-tekhnologicheskie problemy servisa*. 2023. No. 4(66), pp. 38-42.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ	INFORMATION ABOUT THE AUTHOR
Наумов Владимир Аркадьевич – доктор технических наук, профессор, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, e-mail: van-old@mail.ru)	*Naumov Vladimir Arkad'evich* – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: van-old@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 18.06.2026; одобрена после рецензирования 25.06.2026, принята к публикации 01.07.2026.
The article was submitted 18.06.2026; approved after reviewing 25.06.2026; accepted for publication 01.07.2026.