Научная статья
УДК 637.358+51-74

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ПЛАВЛЕНОГО СЫРА ИЗ ЕМКОСТИ ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ТРУБОПРОВОД

В.А. Наумов[1,*]

[1] Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия
[*] E-mail: van-old@mail.ru

Аннотация. Задача нестационарного истечения плавленого сыра через цилиндрический трубопровод решена в статье численным методом для постоянного уровня продукта в емкости. Можно пренебречь скоростным напором в уравнении Бернулли и найти аналитическое решение задачи при истечении высоковязких образцов плавленого сыра. Такое упрощение для менее вязких образцов возможно при достаточной длине трубопровода и пониженных температурах. Чем больше индекс течения степенной жидкости, тем быстрее происходит установление процесса истечения. Рассчитанные значения модифицированного числа Рейнольдса соответствуют ламинарному режиму течения при всех рассмотренных условиях, хотя и могут различаться на четыре порядка. Задача нестационарного опорожнения емкости с продуктом может быть в дальнейшем решена для технологических схем производства плавленых сыров.

Ключевые слова: *плавленый сыр; нестационарное истечение; трубопровод; уравнение Бернулли; модель степенной жидкости; численный метод.*

Для цитирования: Наумов В.А. Нестационарное истечение плавленого сыра из емкости через цилиндрический трубопровод // *Вестник науки и образования Северо-Запада России*. 2026. Т. 12. № 1. С. 28–38.

Original article

UNSTEADY OUTFLOW OF PROCESSED CHEESE FROM THE CONTAINER THROUGH THE CYLINDRICAL PIPELINE

V.A. Naumov[1,*]

[1] Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia
[*] E-mail: van-old@mail.ru

Abstract. The problem of processed cheese unsteady flow through the cylindrical pipeline is solved in the article using the numerical method for a constant product level in the container. It is possible to neglect the velocity pressure in the Bernoulli equation and find the analytical solution to the problem when highly viscous processed cheese samples run out. This simplification is possible for less viscous samples with a sufficient pipeline length and low temperatures. The higher the flow index of a power-law fluid, the faster the expiration process is established. The calculated values of the modified Reynolds number correspond to the laminar flow regime under all the conditions considered, although they may differ by four orders of magnitude. The problem of unsteady emptying of the container with the product can be further solved for technological schemes for the production of processed cheeses.

Keywords: *processed cheese; unsteady outflow; pipeline; Bernoulli equation; power-law*

© Наумов В.А. 2026

fluid model; numerical method.

For citation: Naumov V.A. Unsteady outflow of processed cheese from the container through the cylindrical pipeline. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2026. Vol. 12, No. 1, pp. 28–38.

Введение

В пищевой промышленности и других отраслях нередко требуется решать задачи нестационарного движения жидкости в трубопроводе при сравнительно медленном изменении параметров течения (например, перепада уровней). В таких случаях используют одномерную модель – уравнение Бернулли для нестационарных течений [1-4]. Решение нестационарных гидравлических задач для турбулентного течения в трубопроводе рассмотрено в [5-7] и других публикациях.

Гораздо меньше работ опубликовано с решением нестационарных гидравлических задач при ламинарном течении. В [3] был рассмотрен нестационарный процесс истечения из бака через трубопровод после мгновенного открытия затвора при ламинарном режиме. Пренебрегая потерями в местных гидравлических сопротивлениях и скоростным напором на выходе, автору [3] удалось найти аналитическое решение задачи. В [8] численным методом было найдено решение нестационарной задачи без указанных ограничений и выполнена проверка применимости аналитического решения для задач течения высоковязких жидкостей.

В [9] с помощью лабораторного и вычислительного эксперимента показано, что при ламинарном нестационарном течении коэффициент гидравлических потерь по длине трубы λ можно рассчитывать по известной формуле, полученной для стационарных условий:

$$\lambda = 64/Re,\ Re = W \cdot d/\nu, \qquad (1)$$

где Re – число Рейнольдса, W – скорость движения жидкости (средняя в поперечном сечении), d – внутренний диаметр трубы, ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Во всех перечисленных публикациях задача нестационарного ламинарного течения решалась для ньютоновских жидкостей. Цель данной статьи – постановка и решение задачи нестационарное истечение степенной жидкости из емкости через цилиндрический трубопровод на примере плавленого сыра (ПС).

Материалы и методы

Рассмотрим истечение ПС из емкости 1 по трубопроводу 2 (рис. 1). Предварительно труба была заполнена продуктом. В начальный момент задвижка была мгновенно открыта, и началось истечение ПС.

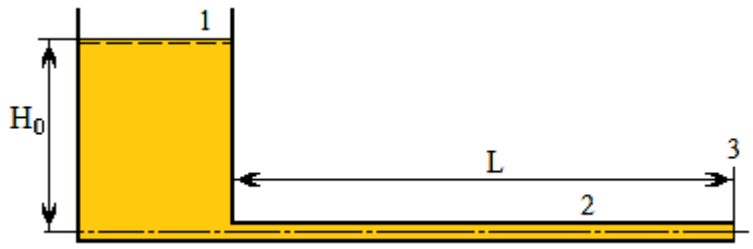


Рисунок 1 – Гидравлическая схема истечения ПС через трубопровод

В большинстве публикаций (см., например, [10, 11]) наиболее подходящей для ПС авторы считают известную реологическую модель степенной жидкости:

$$\tau = K \cdot \omega^m, \quad \mu_E = K \cdot \omega^{m-1}, \tag{2}$$

где τ – касательное напряжение, Па; μ_E – эффективная динамическая вязкость (ЭДВ), Па·с; m – индекс течения (безразмерный показатель неньютоновского поведения жидкости); K – коэффициент Оствальда (коэффициент консистенции жидкости), Па·с^m; ω – сдвиг (градиент) скорости, с$^{-1}$.

В данной статье воспользуемся результатами экспериментального определения реологических параметров образцов ПС из [10], приведенными в таблице.

Таблица – Реологические параметры образцов ПС при различных температурах [10]

Образец ПС	65°C		75°C		85°C		95°C	
	m	K	m	K	m	K	m	K
ПС-1	0,833	2,175	0,844	0,944	0,863	0,412	0,877	0,221
ПС-2	0,744	1,851	0,750	1,058	0,736	0,680	0,759	0,364
ПС-3	0,720	3,269	0,713	2,237	0,692	1,554	0,681	1,138
ПС-4	0,655	26,545	0,645	15,462	0,684	7,136	0,711	3,332
ПС-5	0,717	29,406	0,710	17,978	0,733	7,456	0,732	4,413

Полагаем, что на всем протяжении потока скорость движения жидкости одинакова и плавно изменяется по времени. Тогда нестационарное уравнение Бернулли представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка [3, 8]:

$$\frac{L}{g} \cdot \frac{dW}{dt} = H(t) - H_L\left(Q(t)\right) - \alpha \cdot \frac{W^2}{2g}, \quad W(0) = 0) \tag{3}$$

где L – общая длина трубопровода, м; g – ускорение свободного падения м/с^2; $W = 4 \cdot Q/(\pi\, d^2)$ – средняя (по расходу Q) скорость движения ПС в трубопроводе, м/с; d – внутренний диаметр трубы, м; H – уровень ПС в емкости, м; α – коэффициент неравномерности профиля скорости; H_L – потери напора по длине трубопровода, м:

$$H_L = 0{,}5\ \lambda\, L/d\ W^2/g, \tag{4}$$

f

где λ – безразмерный коэффициент потерь напора из-за трения по длине трубы.

В [12, 13] экспериментально и теоретически было показано, что коэффициент потерь λ при течении степенной жидкости в трубопроводе можно находить по формулам ньтоновской жидкости, но вместо обычных чисел Рейнольдса следует подставлять его модифицированное значение Re_{PL}:

$$\lambda = 64/\,Re_{PL}, \ Re_{PL} = \frac{W^{2-m} d^m \rho}{8^{m-1} K \cdot \left(\frac{3m+1}{4m}\right)^m}. \tag{5}$$

где ρ – плотность ПС, кг/м^3.

Подставляя (5) в (4), получим

$$H_L = 2^{3m+2} \cdot \frac{K}{\rho \cdot g} \cdot \left(\frac{3m+1}{4m} \cdot \frac{4Q}{\pi \cdot d^3}\right)^m \cdot \frac{L}{d}, \tag{6}$$

Используя (6) дифференциальное уравнение (3) приведем к следующему виду:

$$\frac{dW}{dt}=\frac{g}{L}H(t)-2^{3m+2}\cdot\frac{K}{\rho\cdot d}\cdot\left(\frac{3m+1}{4m}\cdot\frac{W}{d}\right)^{m}-\alpha\cdot\frac{W^{2}}{2L}. \qquad (7)$$

В уравнении (7) необходимо определить коэффициент Кориолиса α, который в цилиндрической трубе рассчитывается по известной формуле:

$$\alpha=\frac{2\cdot\int_{0}^{R_0}\left(U(R)\right)^{3}\cdot R\,dR}{W^{3}\cdot R_0^{2}}, \qquad (8)$$

где $R_0 = d/2$ – внутренний радиус трубы, м; R – текущий радиус, м; $U(R)$ – зависимость продольной скорости жидкости от текущего радиуса, м/с. Последняя зависимость для степенной жидкости определяется так (см., например, [14]):

$$U(R) = U_{max}\cdot(R_0^{(m+1)/m} - R^{(m+1)/m}), \qquad (9)$$

где U_{max} – значение скорости на оси трубы (наибольшее), причем $U_{max} = W\cdot(3m+1)/(m+1)$. На рис. 2 показаны безразмерные профили скорости $u(r) = U/U_{max}$, рассчитанные по формуле (9); $r = R/R_0$ – безразмерный текущий радиус. Чем больше индекс течения жидкости, тем выше проходит график безразмерной скорости; значит, α будет больше. При $m = 1$ получим α=2 (ламинарное течение ньютоновской жидкости).

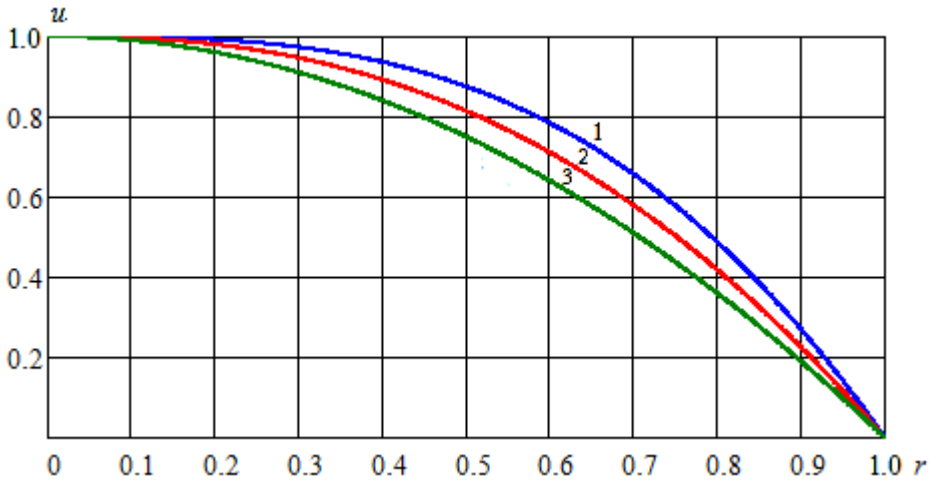


Рисунок 2 – Профили продольной скорости степенной жидкости при течении в цилиндрической трубе: 1 – m = 0,5; 2 – m = 0,7; 3 – m = 1,0

Подставляя (9) в (8), получим

$$\alpha(m)=2\cdot\left(\frac{3m+1}{m+1}\right)^{3}\cdot\int_{0}^{1}\left(1-r^{(m+1)/m}\right)^{3}\cdot r\,dr, \qquad (10)$$

Для расчета определенного интеграла (10) необходимо использовать численные методы, так как в общем случае он не имеет первообразной в элементарных функциях.

В данной статье будем рассматривать случай, когда уровень ПС в емкости поддерживается постоянным $H(t) = H_0 = \text{const}$. Тогда через некоторое время скорость движения установится, производная в левой части (7) обратится в нуль. Если последним

слагаемым в правой части (7) можно пренебречь, то выражение для установившейся скорости будет таким:

$$W_0 = \left(\frac{\rho \cdot g \cdot H_0}{2^{3m+2} \cdot K \cdot l} \right)^{1/m} \cdot \frac{4m \cdot d}{3m+1}. \quad (11)$$

где $l = L/d$ – отношение длины трубы к ее внутреннему диаметру.

Введем безразмерные переменные:

$$w = W/W_0,\ \tau = t/t_z,\ t_z = L \cdot W_0/(g \cdot H_0). \quad (12)$$

С помощью переменных (12) уравнение (7) приводится к безразмерной форме:

$$\frac{dw}{d\tau} = 1 - w^m - \Theta,\ w(0) = 0. \quad (13)$$

$$\Theta = \alpha \cdot W_0^2/(2 \cdot g \cdot H_0). \quad (14)$$

В общем случае задача Коши (13) не имеет аналитического решения, поэтому функция $w(\tau)$ находилась численным методом в среде Mathcad. Кроме того, чтобы пренебречь последним слагаемым в (13), нужно оценить величину Θ.

Результаты и обсуждение

На рис. 3 показаны результаты расчета коэффициента Кориолиса по формуле (10) численным методом. По таблице у рассматриваемых образцов ПС при изменении температуры (65-95°С) индекса течения находится в пределах 0,645-0,877. Откуда по рис. 3 диапазон изменения коэффициента Кориолиса при течении ПС будет α = 1,81-1,94.

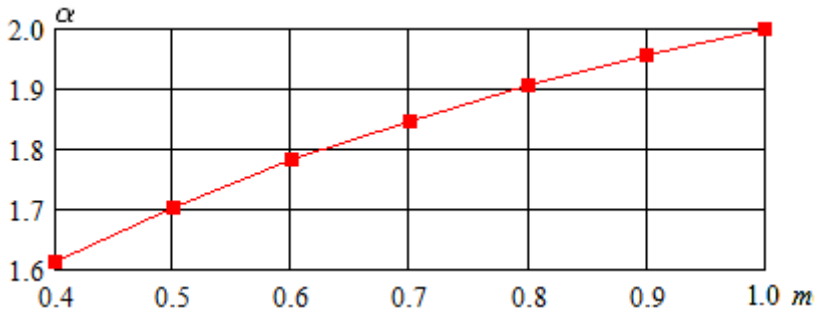


Рисунок 3 – Зависимость коэффициента Кориолиса от индекса течения жидкости

На рис. 4 показаны результаты расчета Θ по формуле (14) для трех образцов ПС. С увеличением относительной длины трубопровода значения Θ уменьшаются. Это объясняется снижением установившейся скорости из-за возрастания гидравлических потерь. Увеличение же температуры влечет рост значений Θ, так гидравлические потери снижаются из-за уменьшения вязкости ПС.

У образца ПС-1 при l = 70 и 95°С величина Θ=0,42, и пренебрегать последним слагаемым в (13) нельзя. При снижении температуры до 85°С (часто транспортирование и расфасовка ПС проводится при указанной температуре) эта величина все еще значима Θ=0,12. Лишь при T=75°С значение снижается до пренебрежимо малого Θ=0,020. Если же l = 140, то Θ=0,024 уже при T=85°С.

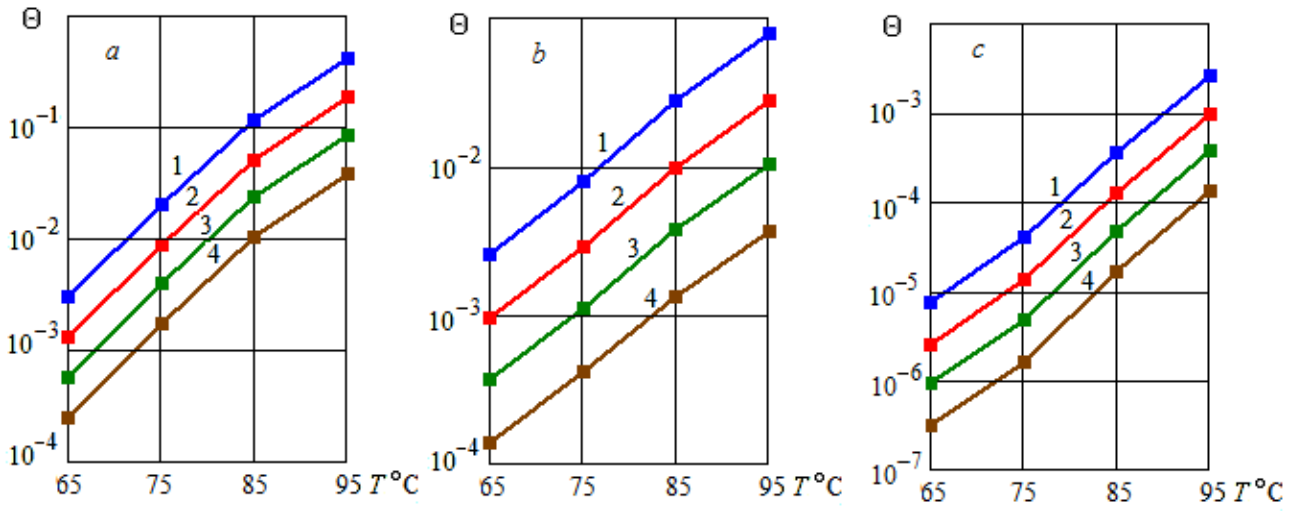


Рисунок 4 – Зависимость безразмерного скоростного напора от температуры при разных l: 1 – l = 70, 2 – l = 100, 3 – l = 140, 4 – l = 200; a – ПС-1, b – ПС-3, c – ПС-4

У образца ПС-3 с большей вязкостью при l = 70 и T=95°С величина Θ=0,079; при снижении температуры на 10°С – Θ=0,028. Еще большую вязкость имеют образцы ПС-4 и ПС-5. При их истечении в всех рассмотренных условиях значения Θ невелики, ими можно пренебречь в (13). Например, у ПС-4 при l = 70 и 95°С величина Θ менее 0,003.

На рис. 5 представлены результаты решения задачи Коши (13) численным методом [15]. Видно, что линии 3 и 4, практически, совпадают. Значит, для ПС-5 численное решение задачи с учетом и без учета Θ не отличаются. Тогда как для ПС-3 (линия 2) такое отличие имеет место, а для ПС-1 (линия 1) оно значительное.

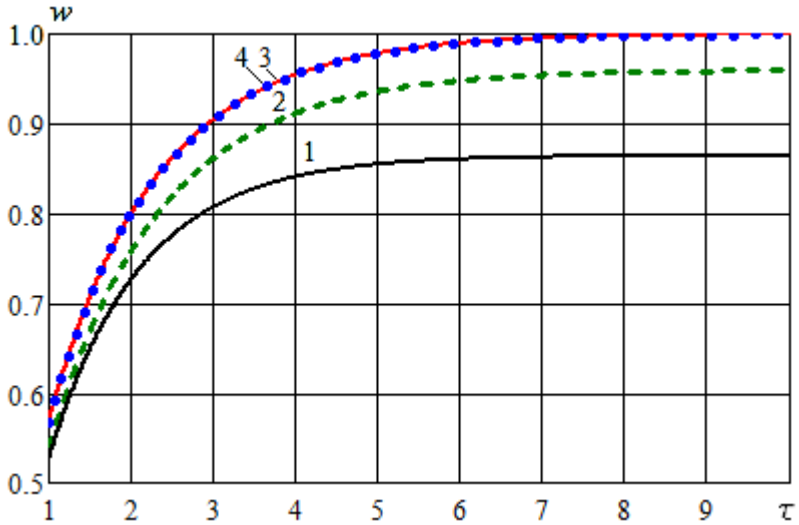


Рисунок 5 – Динамика изменения безразмерной скорости образцов ПС в трубопроводе при 85°С, l = 70, H_0 = 1 м: 1 – ПС-1, 2 – ПС-3, 3 – ПС-5, 4 – при Θ=0

Если в (13) можно пренебречь слагаемым Θ, то единственным критерием подобия будет индекс течения. Как было показано выше, такой подход справедлив для образцов ПС-4 и ПС-5 при всех исследованных условий. Для образцов ПС-1, ПС-2 и ПС-3 – при достаточной длине трубопровода и температурах ниже 75°С. На рис. 6 представлены результаты численного решения такой задачи Коши при различных значениях m. Видно, чем больше показатель m, тем выше проходит график. Верхняя линия 4 соответствует истечению ньютоновской жидкости (m = 1).

ISSN 2413–9858

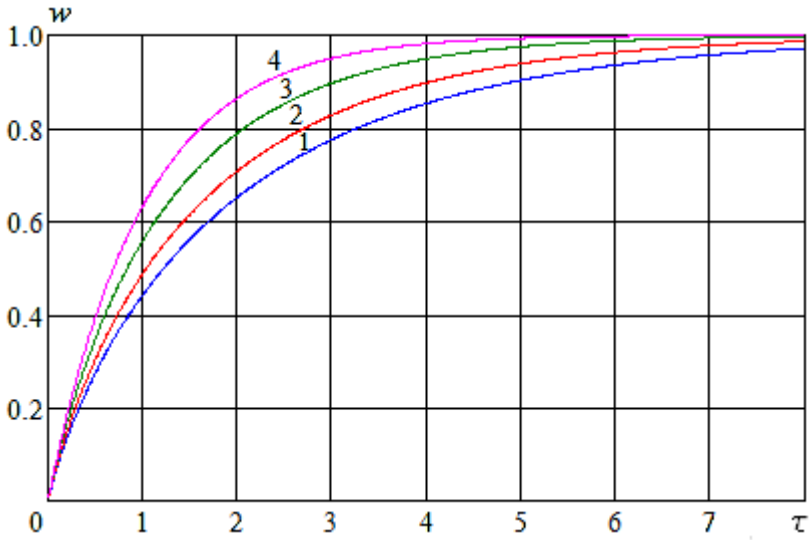


Рисунок 6 – Динамика изменения безразмерной скорости в трубопроводе при различных значениях индекса течения: 1 – m=0,4; 2 – m=0,5; 3 – m=0,7; 4 – m=1,0

Найдем время τ_k достижения значения скорости, отличающейся на k % от установившейся величины W_0. По рис. 7 видно, чем больше показатель m, тем меньше время установления. Самое малое время установления у ньютоновской жидкости.

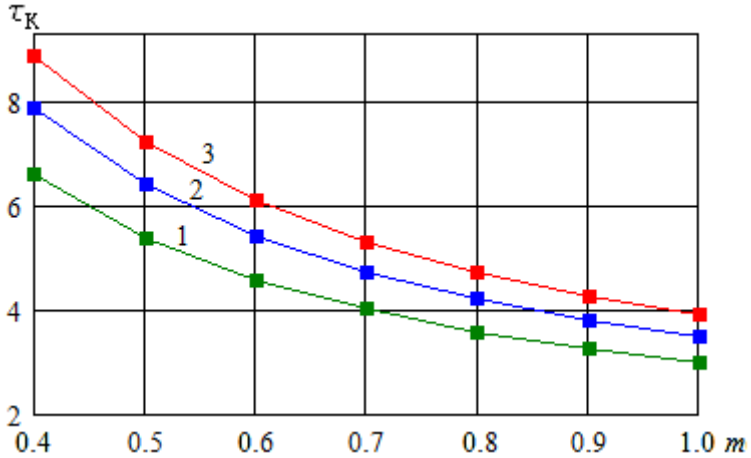


Рисунок 7 – Зависимость безразмерного времени установления от индекса течения при разных значениях k: 1 – 5 %, 2 – 3 %. 3 – 2 %

Чтобы от безразмерного решения на рис. 6 перейти к размерным величинам, нужно знать характерные для рассматриваемого истечения значения W_0 и t_z, которые зависят от m, K, l, H_0. На рис. 8 приведены примеры расчета установившейся скорости. При истечении образца ПС-5 установившаяся скорость на порядок меньше, чем при истечении ПС-3. Во всех случаях увеличение относительной длины трубопровода приводит к уменьшению установившейся скорости из-за увеличения гидравлического сопротивления. Тогда как увеличение температуры ПС влечет снижение вязкости, уменьшение гидравлических потерь и возрастание величины W_0.

По рис. 8 нетрудно представить характерное время процесса, так как значение t_z прямо пропорционально величине W_0 и отношению L/H_0.

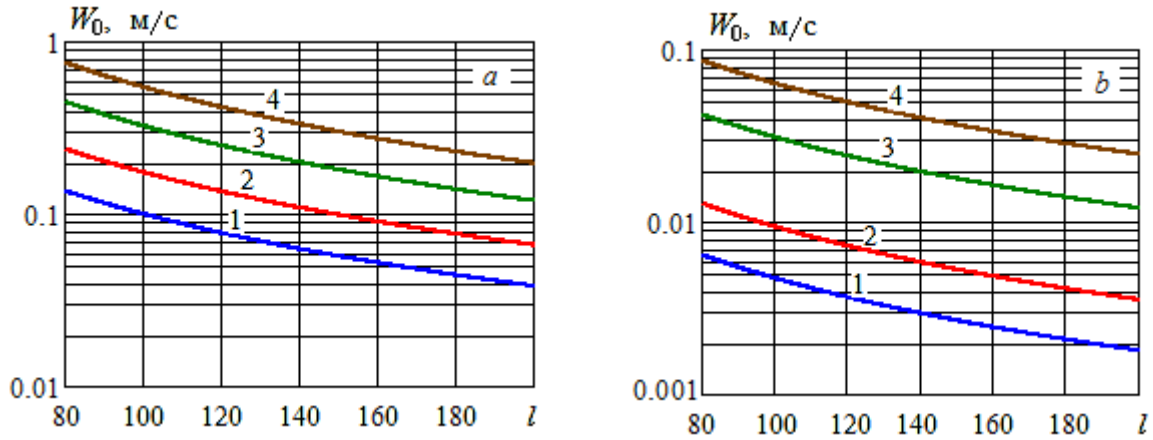


Рисунок 8 – Зависимость установившейся скорости ПС-3 (*a*) и ПС-5 (*b*) от безразмерной длины трубопровода при различных температурах: 1 – 65°С, 2 – 75°С, 3 – 85°С, 4 – 95°С

На рис. 9 показаны значения модифицированного числа Рейнольдса (5), рассчитанные по установившейся скорости.

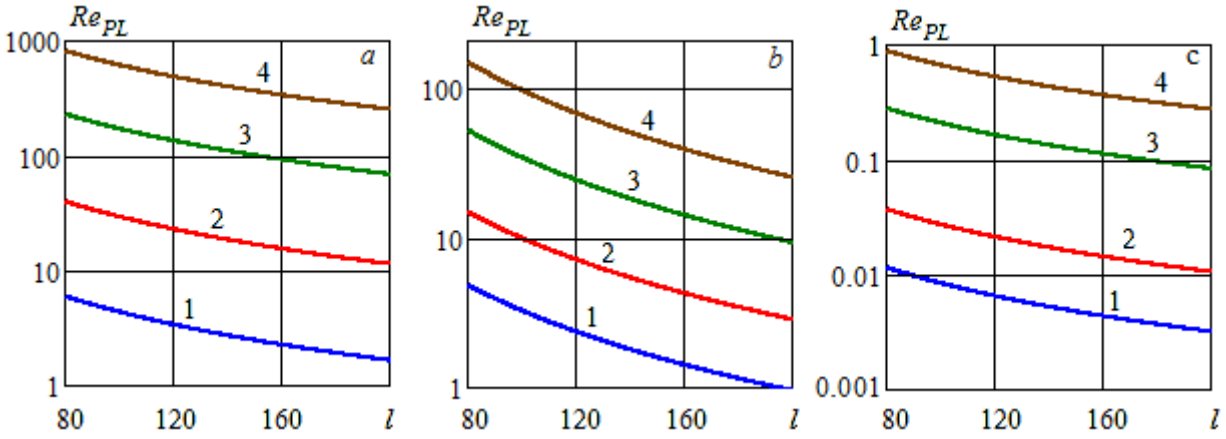


Рисунок 9 – Зависимость модифицированного числа Рейнольдса ПС-1(*a*), ПС-3(*b*) и ПС-5(*c*) от безразмерной длины трубопровода: 1 – *T*=65°С, 2 – 75°С, 3 – 85°С, 4 – 95°С

При истечении ПС-1 значения Re_{PL} на три порядка больше, чем у ПС-5. Однако и у ПС-1 эти значения соответствуют ламинарному режиму течения для всех исследованных условий.

Заключение

Таким образом, задача нестационарного истечения плавленого сыра через цилиндрический трубопровод решена численным методом для постоянного уровня продукта в емкости. Показано, что при истечении высоковязких образцов плавленого сыра в уравнении Бернулли можно пренебречь скоростным напором и найти аналитическое решение задачи. Для менее вязких образцов такое упрощение возможно при достаточной длине трубопровода и пониженных температурах. Чем больше индекс течения степенной жидкости, тем быстрее происходит установление процесса истечения. Быстрее всего скорость истечения устанавливается у ньютоновской жидкости.

При всех рассмотренных условиях рассчитанные значения модифицированного числа Рейнольдса соответствуют ламинарному режиму течения, хотя и могут различаться на четыре порядка. Для существующих технологических схем производства плавленых сыров представляет интерес задача нестационарного опорожнения емкости с продуктом, которая может быть в дальнейшем решена на основе результатов, полученных в данной статье.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Наумов В.А. Механика движения неоднородных сред: учебник. Калининград: Изд-во КГТУ, 2005. 125 с.
2. Li Y.R., Someya S., Okamoto K. An experimental investigation of flow-induced acoustic resonance and flow field in a closed side branch system using a high time-resolved PIV technique. Journal of Visualization. 2010. Vol. 13. P. 7-16.
3. Зезин В.Г. Нестационарные процессы гидродинамики: учебное пособие. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2011. 74 с.
4. Наумов В.А. Основы природообустройства и водопользования: учебное пособие. Калининград: Изд-во КГТУ, 2012. 96 с.
5. Giustolisi O., Berardi L., Laucelli D. Generalizing WDN Simulation Models to Variable Tank Levels // Journal of Hydroinformatics. 2012. No. 14. P. 562–573.
6. Агафонов Е.Д., Безбородов Ю.Н., Миронов А.Г. Об особенностях использования системы Matlab/SimHydraulics в задаче построения моделей магистральных нефтепроводов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2014. № 3. С. 76-81.
7. Наумов В.А. Анализ нестационарной математической модели простой гидравлической сети с центробежным насосом // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2020. № 4. С. 64–70.
8. Наумов В.А., Проскурнин Е.Д. Нестационарное ламинарное течение остатков нефтепродуктов по трубопроводу // Региональные проблемы природно-техногенных систем: сборник научных трудов. Калининград, Изд-во «ФГБОУ ВО КГТУ», 2020. С. 68-73.
9. Турченко М.В., Андреев В.В., Дунцев А.В. Моделирование коэффициента гидравлического трения при неустановившемся течении жидкости с помощью искусственных нейронных сетей // Труды Нижегородского государственного технического университета. 2011. № 3(90). С. 127-134.
10. Dimitreli G., Thomareis A.S. Effect of temperature and chemical composition on processed cheese apparent viscosity // Journal of Food Engineering. 2004. Vol. 64, No. 2. P. 265-271.
11. Mohamed A.G., Abd El-Salam B.A., El-Motaal Gafour W.A. Quality characteristics of processed cheese fortified with Spirulina powder // Pakistan journal of biological sciences. 2020. Vol. 23. P. 533-541.
12. Csizmadia P., Till S. The effect of rheology model of an activated sludge on to the predicted losses by an elbow // Periodica Polytechnica. Mechanical Engineering. 2018. Vol. 62, No. 4. P. 305-311.
13. Bibok M., Csizmadia P., Till S. Experimental and numerical investigation of the loss coefficient of a 90° pipe bend for power-law fluid // Periodica Polytechnica. Chemical Engineering. 2020. Vol. 64, No.4. P. 469-478.
14. Баштовой В. Г., Рекс А. Г. Специальные течения жидкостей и газов: учебное пособие. Минск: Изд-во БНТУ, 2020. 45 с.
15. Великанов Н.Л., Наумов В.А. Моделирование характеристик водокольцевых вакуумных насосов // Известия вузов. Машиностроение. 2019. № 10. С. 70-77.

REFERENCES

1. Naumov V.A. *Mekhanika dvizheniya neodnorodnyh sred* [Mechanics of inhomogeneous media motion]. Kaliningrad: KGTU Publ., 2005. 125 p.
2. Li Y.R., Someya S., Okamoto K. An experimental investigation of flow-induced acoustic resonance and flow field in a closed side branch system using a high time-resolved PIV technique. Journal of Visualization. 2010. Vol. 13, pp. 7-16.

3. Zezin V.G. *Nestacionarnye processy gidrodinamiki: uchebnoe posobie* [Unsteady processes of hydrodynamics: a textbook]. Chelyabinsk: YuUrGU Publ., 2011. 74 p.

4. Naumov V.A. *Osnovy prirodoobustrojstva i vodopol'zovaniya: uchebnoe posobie* [Fundamentals of environmental management and water use: a textbook]. Kaliningrad: KGTU Publ., 2012. 96 p.

5. Giustolisi O., Berardi L., Laucelli D. Generalizing WDN Simulation Models to Variable Tank Levels. Journal of Hydroinformatics. 2012. No. 14, pp. 562–573.

6. Agafonov E.D., Bezborodov YU.N., Mironov A.G. *Ob osobennostyah ispol'zovaniya sistemy Matlab/SimHydraulics v zadache postroeniya modelej magistral'nyh nefteprovodov* [On the features of using the Matlab/SimHydraulics system in the task of constructing models of trunk oil pipelines]. *Vestnik Kuzbasskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2014. No. 3, pp. 76-81.

7. Naumov V.A. *Analiz nestacionarnoj matematicheskoj modeli prostoj gidravlicheskoj seti s centrobezhnym nasosom* [Analysis of a non-stationary mathematical model of a simple hydraulic network with a centrifugal pump]. *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta.* 2020. No. 4, pp. 64–70.

8. Naumov V.A., Proskurnin E.D. *Nestacionarnoe laminarnoe techenie ostatkov nefteproduktov po truboprovodu* [Unsteady laminar flow of petroleum product residues through a pipeline]. *Regional'nye problemy prirodno-tekhnogennyh sistem: sbornik nauchnyh trudov*. Kaliningrad, KGTU Publ., 2020, pp. 68-73.

9. Turchenko M.V., Andreev V.V., Duntsev A.V. *Modelirovanie koefficienta gidravlicheskogo treniya pri neustanovivshemsya techenii zhidkosti s pomoshch'yu iskusstvennyh nejronnyh setej*. [Modeling the coefficient of hydraulic friction in unsteady fluid flow using artificial neural networks]. *Trudy Nizhegorodskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2011. No. 3(90), pp. 127-134.

10. Dimitreli G., Thomareis A.S. Effect of temperature and chemical composition on processed cheese apparent viscosity. Journal of Food Engineering. 2004. Vol. 64, No. 2, pp. 265-271.

11. Mohamed A.G., Abd El-Salam B.A., El-Motaal Gafour W.A. Quality characteristics of processed cheese fortified with Spirulina powder. Pakistan journal of biological sciences. 2020. Vol. 23, pp. 533-541.

12. Csizmadia P., Till S. The effect of rheology model of an activated sludge on to the predicted losses by an elbow. Periodica Polytechnica. Mechanical Engineering. 2018. Vol. 62, No. 4, pp. 305-311.

13. Bibok M., Csizmadia P., Till S. Experimental and numerical investigation of the loss coefficient of a 90° pipe bend for power-law fluid. Periodica Polytechnica. Chemical Engineering. 2020. Vol. 64, No.4, pp. 469-478.

14. Bashtovoj V. G., Reks A. G. *Special'nye techeniya zhidkostej i gazov: uchebnoe posobie* [Special flows of liquids and gases: a textbook]. Minsk: BNTU Publ., 2020. 45 p.

15. Velikanov N.L., Naumov V.A. *Modelirovanie harakteristik vodokol'cevyh vakuumnyh nasosov* [Modeling of characteristics of water-ring vacuum pumps]. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie*. 2019. No. 10, pp. 70-77.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ	INFORMATION ABOUT THE AUTHOR
Наумов Владимир Аркадьевич – доктор технических наук, профессор, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, e-mail: van-old@mail.ru)	*Naumov Vladimir Arkad'evich* – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: van-old@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 12.01.2026; одобрена после рецензирования 24.01.2026, принята к публикации 15.02.2026.
The article was submitted 12.01.2026; approved after reviewing 28.01.2026; accepted for publication 15.02.2026.