Научная статья
УДК 664.8.047.5:532.135:519.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ФАРШЕВЫХ СИСТЕМ ИЗ РЫБНОГО СЫРЬЯ В ПРОЦЕССЕ ЭКСТРУДИРОВАНИЯ

О.В. Агеев[1,*]

[1] Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия
[*] E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Аннотация. Показана актуальность совершенствования экструзионного оборудования для переработки пищевых материалов. Отмечаются особенности рыбного фарша, применяемого в качестве основы для изготовления экструдированных сложноформованных продуктов. Обоснована необходимость математического моделирования процесса экструдирования, которое требуется для научно обоснованного проектирования технологического оборудования и выбора режимных параметров. Проанализированы известные работы в области научного обеспечения процессов экструдирования. Рассмотрены известные конструкции и особенности расчета устройств для экструдирования пищевых материалов. Выявлена тенденция, направленная на проектирование интеллектуальных экструзионных комплексов. На основе ранее обоснованной реологической модели, описывающей напряжение сдвига в зависимости от скорости деформации вязкоупругопластичного материала, получено общее уравнение движения фаршевой системы в векторной форме. Это уравнение учитывает внутренние напряжения структурированного потока и преобразуется в уравнение Навье-Стокса в случае полностью диспергированной фаршевой системы. Для практического применения при проектировании экструзионных рабочих органов представлены развернутые системы уравнений в проекциях на оси прямоугольной и цилиндрической систем координат, что позволяет рассчитывать поля скоростей и давлений в каналах экструдеров различной геометрии. Уравнения движения дополнены уравнением теплового баланса, учитывающим диссипацию энергии. Подчеркивается, что ввиду высокой сложности полученных моделей их решение требует применения численных методов. Разработанный математический аппарат является основой для последующего численного моделирования течения фаршевых систем во всех рабочих зонах экструдера с целью оптимизации конструктивных и режимных параметров процесса.

Ключевые слова: *рыбное сырье; рыбный фарш; фаршевая система; экструдирование; экструдер; экструдат; сложноформованный продукт; вязкость; упругость; пластичность; вязкоупругость; вязкоупругопластичность; нормальные напряжения; сдвиговые напряжения; предельное напряжение сдвига; тензор; деформация; реология; течение; гидродинамика; неньютоновская жидкость.*

Для цитирования: Агеев О.В. Математическое моделирование течения фаршевых систем из рыбного сырья в процессе экструдирования // *Вестник науки и образования Северо-Запада России*. 2025. Т. 11. № 4. С. 17–45.

Original article

MATHEMATICAL SIMULATION OF THE FLOW OF FISH MINCE SYSTEMS DURING EXTRUSION

O.V. Ageev[1,*]

© Агеев О.В. 2025

[1] Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia
[*] E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Abstract. The relevance of improving extrusion equipment for food processing is demonstrated. The properties of minced fish used as a base for producing complex-shaped extruded products are highlighted. The need for mathematical modeling of the extrusion process, which is essential for scientifically sound design of technological equipment and selection of operating parameters, is substantiated. Existing research in the field of scientific support for extrusion processes is analyzed. Known designs and calculation features of devices for extruding food materials are reviewed. A trend toward designing intelligent extrusion complexes is identified. Based on a previously validated rheological model describing shear stress as a function of strain rate in a viscoelastoplastic material, a general vector-form equation of motion for the minced meat system is derived. This equation accounts for internal stresses in the structured flow and transforms into the Navier-Stokes equation for a fully dispersed minced system. For practical application in designing extrusion working elements, detailed equation systems in projections onto rectangular and cylindrical coordinate systems are presented, enabling the calculation of velocity and pressure fields in extruder channels of various geometries. The equations of motion are supplemented by a heat balance equation that accounts for energy dissipation. It is emphasized that due to the high complexity of the obtained models, their solution requires the application of numerical methods. The developed mathematical framework provides a basis for subsequent numerical modeling of the flow of minced systems in all working zones of the extruder, aimed at optimizing the design and process parameters.

Keywords: *fish raw material; minced fish; mince system; extrusion; extruder; extrudate; complex-shaped product; viscosity; elasticity; plasticity; viscoelasticity; viscoelastoplasticity; normal stresses; shear stresses; ultimate shear stress; tensor; deformation; rheology; flow; hydrodynamics; non-Newtonian fluid.*

For citation: Ageev O.V. Mathematical simulation of the flow of fish mince systems during extrusion. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2025. Vol. 11, No. 4, pp. 17–45.

Введение

Экструдирование – это технологический процесс переработки материала в экструдере путем пластификации и придания ему формы продавливанием через экструзионный формующий инструмент (экструзионную головку), сечение которого соответствует конфигурации готового изделия [1]. Рыбный фарш перерабатывается преимущественно методом холодного экструдирования, при котором происходят механические изменения в материале вследствие его медленного перемещения под давлением и формование продукта с образованием заданных геометрических форм [2]. Наибольшее применение для экструдирования высоковязких продуктов получили шнековые экструдеры, ответственным узлом которых является подающий рабочий орган – шнек специальной конструкции [3]. Наряду с этим, большую эффективность показали двухшнековые экструдеры, что связано с точным объемным дозированием, лучшим перемешиванием материала, эффектом самоочистки, высоким качеством продукции, несмотря на более быстрый износ, высокую стоимость и повышенное энергопотребление [4]. Одновременно широко применяются и одношнековые конструкции, что связано с их доступностью и простотой обслуживания. Большую перспективность при производстве новых сложноформованных изделий из рыбного фарша имеет процесс коэкструдирования, который позволяет получить продукты с различными наполнителями [5, 6]. При этом экструдер посредством специальной цилиндрической фильеры формирует кольцеобразный жгут материала, обладающий достаточной прочностью, в который через трубку одновременно подается пастообразная начинка. При математическом моделировании процесса экструдирования рабочие зоны

экструдера разделяют на следующие: зона дозирования, предматричная зона и зона формующих каналов матрицы. Следует учитывать, что в каждой указанной зоне поток экструдата перемещается в каналах с различной геометрией.

При производстве сложноформованных изделий и продуктов с наполнителями ключевым узлом экструдера является экструзионная головка [7]. Это объясняется тем, что при экструдировании качество изделий, их геометрические и структурно-механические характеристики во многом зависят от правильного выбора геометрии формующей полости и подводящих каналов технологической оснастки машин. Назначение формующего органа заключается в формовании материала, поступающего из нагнетающей части машины, в изделие с поперечным сечением заданной формы. Экструзионная головка крепится непосредственно к экструдеру, нагнетающему полуфабрикат под необходимым давлением с заданной скоростью, и представляет собой отдельный сменный конструктивный элемент. На производстве применяются плоскощелевые, кольцеобразные, профильные и другие виды головок. В зависимости от направления движения экструдируемого материала применяются прямоточные и угловые головки. При этом зачастую угол поворота массы в головке может быть и не равен прямому.

Часть головки, где оформляется конечный профиль готового продукта, называется матрицей. Следует отметить, что сложные профили готовых изделий возможно получить способом экструдирования только из рыбного фарша с достаточно высокой вязкостью. Кроме того, целесообразно придавать экструдату симметричную форму, чтобы внутренние напряжения, возникающие после формования и подсушки продукта, могли уравновешиваться. Экструзионная головка может иметь плавное или резкое изменение формы и размеров поперечного сечения. Применение инструментов с резко изменяющимися размерами и формой обусловлено их конструктивной простотой и технологичностью изготовления. Однако требуется детальный анализ динамики потока материала в связи с возможным образованием застойных зон и участков высокого гидродинамического сопротивления течению экструдата.

Сложность математического моделирования процесса экструдирования и расчета технологического оборудования обусловлена следующими факторами. При объемной вязкоупругопластичной деформации в различных рабочих зонах экструдера в материале возникают внутренние нормальные и сдвиговые напряжения, для релаксации которых, в зависимости от состава и структуры рыбного фарша, требуется определенное время. Возникновение таких напряжений в процессе экструдирования после выхода материала из формующего инструмента приводит к разбуханию изделия вследствие вязкоупругой восстановительной деформации фарша. По этой причине длину финишной зоны следует подбирать тем большей, чем больше необходимое время релаксации напряжений. Но длина данной зоны ограничивается давлением, развиваемым экструдером, временем пребывания материала в экструзионной головке, величинами нормальных и сдвиговых напряжений в материале. Полная релаксация вязкоупругих напряжений в фарше при течении его в канале невозможна, поскольку в процессе течения указанные напряжения действуют постоянно. В результате этого возникает восстановительная деформация материала после выхода его из экструзионной головки. Чем больше пластичность фарша и меньше его упругость, тем точнее может быть обеспечена форма экструдируемого профиля.

Специфической особенностью рыбного фарша как материала для производства экструдированных продуктов является возможное наличие механических включений – например, остатков костей и чешуи [8]. Это является причиной оснащения экструзионного инструмента дополнительным составным элементом – фильтрующей решеткой. Решетка создает дополнительное гидродинамическое сопротивление потоку материала. К ней могут крепиться одна или несколько сеток, играющих роль фильтра и предохраняющая сложноформованный продукт от попадания нежелательных включений. Особое значение конструкция фильтрующей решетки имеет в экструдерах, использующих фарш из

вторичного рыбного сырья и морепродуктов, поскольку в данном случае вероятность загрязнения продукта инородными включениями особенно велика.

Без учета специфических вязкоупругопластичных свойств рыбного фарша и динамики его формования в конечный продукт путем экструдирования невозможно обоснованно выбрать эффективную конфигурацию геометрии формующих инструментов для получения заданной формы и качества готового изделия [9-11]. При экструдировании неправильная конструкция экструзионной головки и ошибочные параметры процесса могут стать причиной возникновения больших внутренних напряжений в материале и искажения формы готовых продуктов, а также снижения качества изделия и появления брака. Особенности конструирования и расчета формующих органов перерабатывающих машин объясняются специфическими реологическими свойствами рыбного фарша.

С учетом вышеизложенного, был начат цикл научных публикаций, общей целью которого является разработка комплекса математических моделей процесса экструдирования рыбных фаршевых систем в пространственном представлении с учетом их реологических свойств, а также исследование зависимостей основных параметров указанного процесса от характеристик рыбного фарша, геометрии рабочих органов экструдера и режимных параметров. В качестве первого этапа указанного цикла опубликована работа [12], в которой научно обоснована реологическая модель фаршевой системы из рыбного сырья. Целью настоящей статьи, представляющей собой второй этап и продолжение работы [12], является разработка математических описаний течения рыбных фаршевых систем при экструдировании в объёмном рассмотрении на основе полученной ранее реологической модели.

Анализ работ по математическому моделированию процессов экструдирования

Предпосылками для успешного проведения исследований по математическому моделированию процесса экструдирования рыбного фарша и расчету экструзионной техники являются достижения науки в данной области. Значительный вклад в начало интенсивных теоретических исследований процесса экструдирования различных материалов внесли работы Д.Ф. Карлея, Р.А. Штрауба, Р.С. Маллока, Д.М. Мак-Велви, К. Дженсона. Математические модели и методы расчета одношнековых экструдеров для переработки полимеров получили развитие в известных работах Г. Шенкеля, Э. Бернхардта, З. Тадмора, Дж. Мейза, Р.В. Торнера. Важное место при исследовании работы экструдеров в пищевой промышленности занимают труды В.А. Силина, В.И. Янкова, М.Л. Фридмана, С.Н. Михайлова, В.С. Кима, В.В. Скачкова, А.А. Татарникова, О.И. Скульского, А.Н. Острикова, О.В. Абрамова, А.С. Рудометкина, В.Н. Василенко, В.Ю. Овсянникова, Л.Н. Фроловой, J. L. Rossen, J.M. Harper, D. Hammer, T.F. Tsao и других ученых.

Особый интерес при изучении механизма экструдирования представляют гидродинамические модели, которые предложены в работах Г. Шенкеля, Э. Бернхардта, Д.М. Мак-Келви. Геометрическому подходу к решению задач моделирования процесса экструдирования посвящены работы В.А. Силина. В основе геометрических моделей находится теория транспортирующего шнека, согласно которой движение материала в канале шнека рассматривается как передача части объема одного витка за один оборот. Такие модели правомерны только для упрощенного расчета процесса перемещения материала, течение которого имеет ньютоновский характер. Более точно реальную физическую картину процесса экструдирования формируют реологические модели. Необходимым условием для понимания роли реологических свойств материала в указанном процессе является учет аномальной вязкости экструдата. В этом вопросе большая заслуга принадлежит З. Тадмору и Р.В. Торнеру, в работах которых рассматривалось одномерное изотермическое течение степенной жидкости в условиях простого сдвига между двумя бесконечными параллельными пластинами.

Учет эффектов циркуляции при течении материала и трения среды о боковые стенки канала осуществлен в экспериментальных работах Г.В. Виноградова, С.А. Бостанджияна, В.И. Боярченко, которые исследовали движение продуктов в канале винта шнековой машины в условиях сложного сдвига. Представляют значительный интерес результаты И.Э. Груздева, в которых приводится уравнение для расчета производительности дозирующей зоны экструдера при изотермических условиях течения аномально вязкой жидкости со сложным сдвигом. Особое направление в изучении плавления материалов в винтовых каналах пластифицирующих экструдеров создано В.П. Первадчуком, Н.М. Труфановой, В.И. Янковым, которое базируется на решении полных уравнений сохранения массы, количества движения и энергии. Обзорные работы в этом направлении выполнены В.В. Скачковым с соавторами, в результате чего введена кажущаяся теплота плавления и отмечено, что на процесс плавления наиболее сильно влияет величина расхода в сравнении с влиянием числа оборотов шнека и температуры корпуса. Особенности течения материалов в шнековом экструдере в двумерной постановке плодотворно исследовал Д.Ф. Диер с использованием метода конечных разностей. Значительный вклад в изучение влияния различных факторов на процесс экструдирования внесли работы Р.В. Торнера, который разработал модель двумерного политропического течения псевдопластической жидкости, учитывающую градиент температуры в продольном направлении канала шнека.

Несомненный интерес представляет изучение влияния реологических свойств перерабатываемого материала на процесс экструзии. Данному вопросу посвящены работы А.Н. Острикова с соавторами [13, 14], где представлены результаты реологических исследований зерновой смеси (гречиха и соя) и на их основе разработана математическая модель, описывающая изменение скорости расплава в предматричной зоне двухшнекового экструдера. Установлено, что экструдируемая смесь ведет себя как аномально-вязкая псевдопластическая жидкость, а её эффективная вязкость экспоненциально снижается с ростом температуры и скорости сдвига. Для прогнозирования вязкости авторами получено регрессионное уравнение, связывающее её с температурой и влажностью.

Важнейшим условием успешного исследования механизма экструзии являются достижения в области решения задач сопряженного тепло- и массопереноса. Исследования, выполненные М.Б. Тлебаевым и П.Н. Шевцовым [15], и ряд других работ создали необходимые предпосылки для дальнейшего изучения гидродинамики в зоне дозирования. Авторы разработали алгоритм и программу для расчета производительности одношнекового экструдера, максимального давления расплава и скорости сдвига, основанные на решении уравнений движения, неразрывности и сохранения энергии для модели развертки шнекового канала.

Исключительно важными для выяснения условий оптимизации процесса и конструкции экструдера являются работы по моделированию течения в формующих органах. Такие работы были выполнены А.С. Пчелкиным с соавторами [16], где проведен сравнительный анализ производительности прямоточной головки и головки с конфузором. Показано, что головка с конфузором, несмотря на сложность изготовления, обеспечивает более высокую производительность за счет создания большего давления и его резкого сброса на выходе, что позволяет расширить диапазон режимов работы экструдера. Также авторами рассмотрены тепловые процессы при экструдировании зерна кукурузы. Они подчеркивают важность контроля температуры и давления для обеспечения качества продукта. Использование уравнений теплопроводности и теплообмена позволяет моделировать распределение температуры вдоль экструдера, хотя отмечается сложность учета геометрии рабочих зон.

Плодотворное влияние на исследование условий получения продуктов с заданными свойствами оказали работы авторов, ориентированные на практическую реализацию моделей. В работах О.И. Аксеновой, М.В. Копыловой [17] даны эмпирические зависимости для определения оптимальных параметров экструзии картофельного полуфабриката

(температура 140 °С, давление 4.5 МПа) для достижения максимального коэффициента расширения (290 %). Ими показано, что использование динамической матрицы позволяет исключить операцию резки и улучшить однородность температуры расплава.

В работах Д.В. Мартыновой и соавторов [18] дана комплексная оценка влияния экструзионной обработки на кормовые смеси. Ими показаны положительные изменения химического состава (увеличение протеина, снижение клетчатки) и повышение перевариваемости кормов, экструдированных на модернизированном пресс-экструдере с регулируемыми параметрами шнека, что в конечном итоге привело к увеличению мясной продуктивности крупного рогатого скота.

А.Ю. Шариков и соавторы в своих обзорах [19, 20] акцентируют внимание на интеграции экструзии и биокатализа, что создает новые возможности для пищевой биотехнологии. Показано, что экструзионная предобработка сырья повышает эффективность последующих биотехнологических процессов, таких как ферментация и гидролиз. Особый интерес представляет использование экструдера в качестве биореактора, что позволяет работать с высококонцентрированными средами и снижать энергозатраты.

В.Н. Василенко и соавторы [21] разработали математическую модель для анализа температурных полей в жировитаминной начинке при коэкструзии. Авторы предложили методику выбора диаметра дозирующего патрубка и провели анализ течения неньютоновских сред с учетом диссипативных явлений. Их подход демонстрирует возможность адаптации модели для различных зон экструдера.

В исследовании А.А. Оспанова и соавторов [22] экспериментально изучено влияние влажности и частоты вращения шнека на параметры экструзии полизлаковых смесей. Авторы установили, что увеличение влажности и скорости шнека приводит к росту производительности, но требует оптимизации для минимизации энергопотребления. Полученные регрессионные модели позволяют прогнозировать изменение давления, температуры и производительности в зависимости от режимных параметров.

В.П. Попов и соавторы [23] предложили модернизированную конструкцию шнекового пресс-экструдера с регулируемым шагом и углом наклона витков. Это решение направлено на снижение энергоемкости процесса и повышение качества готового продукта. Установка датчиков крутящего момента в ключевых зонах экструдера обеспечивает оперативный контроль качества.

В.Н. Николаев, В.И. Яворский [24] проанализировали процесс экструдирования и разработали экструдер с эксцентричной нарезкой лопастей, что позволяет создавать периодически изменяющуюся нагрузку на материал. Это улучшает пластификацию и смешивание, снижая удельную энергоемкость процесса на 27,3 % и повышая производительность на 15 %.

Е.Ф. Райкова и соавторы [25] исследовали особенности экструзии рыбного фарша, подчеркивая важность учета реологических характеристик сырья. Авторы отмечают, что использование стандартного оборудования без адаптации к специфике рыбного сырья не всегда обеспечивает оптимальные результаты. Особую актуальность учет реологических свойств материала приобретает при переработке рыбного фарша, который представляет собой сложную многокомпонентную систему (белки, жиры, влага) с ярко выраженными вязкоупругими и псевдопластичными свойствами. Отмечено, что разработка адекватной реологической модели рыбного фарша, учитывающей зависимость вязкости от скорости сдвига, температуры и влажности, является важной задачей для построения точной математической модели всего процесса.

Таким образом, фундаментальные и прикладные исследования в области экструдирования пищевых масс и совершенствования конструкций экструдеров создали необходимые предпосылки для изучения физической сущности указанного процесса, роли и влияния реологических, гидродинамических и тепловых факторов на качество готового продукта и энергоэффективность технологии.

Анализ известных публикаций демонстрирует эволюцию подходов от относительно простых гидродинамических и геометрических моделей к комплексным реологическим моделям, учитывающим аномалии вязкости и взаимосвязь технологических параметров. Современные исследования делают акцент на создании адаптивных конструкций экструдеров (динамические матрицы, регулируемые шнеки, конфузорные головки) и разработке математического обеспечения для их расчета и оптимизации режимов обработки разнообразного сырья – от полимеров и зерновых смесей до овощных и рыбных фаршевых систем.

Таким образом, анализ литературных источников выявил развитие научных подходов: от изучения изолированных физических явлений (гидродинамика, теплообмен) к созданию комплексных, взаимосвязанных моделей и адаптивных конструкций, направленных на целенаправленное управление свойствами конечного продукта. Актуальной задачей становится не просто математическое описание процесса экструдирования, а синергетическое моделирование всей экструзионной системы как единого целого.

Следует отметить, что в известных работах при рассмотрении вопросов взаимодействия формующих рабочих органов экструдеров с материалом используются преимущественно гидродинамические методы исследования. Вместе с тем, уделяется недостаточное внимание реологическим законам физико-механического поведения экструдата, которые определяются взаимосвязью внутренних вязкоупругопластичных напряжений со скоростями деформаций в потоке. Чаще всего не устанавливается связь между сложной реологической характеристикой материала и общим гидродинамическим уравнением движения потока.

В ряде известных работ по моделированию процесса экструдирования математические описания течения материала составляются отдельно и зачастую независимо для четырех зон: а) винтового канала зоны пластификации с коническими формами шнека и корпуса; б) винтового канала дозирующей зоны с цилиндрическими формами шнека и корпуса; в) предматричной кольцеобразной зоны с наконечником шнека; г) формующих каналов матрицы. В то же время требуется проведение моделирования указанного процесса при одновременном рассмотрении последовательного течения вязкоупругопластичного материала по всем рабочим зонам экструдера. Следует отметить, что в большинстве известных источников при выводе расчетных уравнений принимаются существенные допущения. При этом расчетная задача рассматривается в плоскости, т.е. спираль шнека и корпус экструдера разворачиваются в плоскости, после чего применяется принцип перемены относительности движения – не шнек двигается относительно корпуса, а корпус вращается относительно шнека под некоторым углом к развертке спирального канала. Поскольку такое допущение не меняет существа задачи, оно является правомочным, но только для приближенных инженерных расчетов экструзионного оборудования.

Наряду с этим, механизм перемещения материала в каналах шнека интерпретируется как результат фрикционного воздействия на экструдат «подвижного» корпуса экструдера, причем витки шнека не толкают массу подобно твердому телу (гайке), а создают лишь направляющий аппарат – боковые стенки плоского канала. В этой ситуации экструдируемый материал затягивается в спиральный канал шнека стенкой корпуса, создавая избыточное давление - в случае конических каналов зоны пластификации, и тяговое усилие - в случае цилиндрических участков зоны дозирования, преодолевающие сопротивление каналов формующих головок. Кроме того, в большинстве методик при выводе уравнений диссипативные процессы для упрощения не учитываются, что вполне допустимо для изотермических процессов холодного экструдирования. Также при расчете зон пластификации и дозирования применяются усредненные по их длине значения эффективной вязкости и температуры. Уравнения выводятся для случая изотермического по высоте витка течения ньютоновской жидкости с усредненным значением эффективной вязкости материала. В целом, гидродинамические модели необходимы для научно

обоснованного расчета всех рабочих зон оборудования для экструдирования рыбного фарша, однако в их основе должны быть положены реологические свойства материала и определение оптимальных зон, т.е. необходим расчет полей скоростей в рассматриваемых объемах, а также силового взаимодействия потока с рабочими органами экструдеров в виде полей давления и других параметров.

Заметим также, что большинство исследований по экструдированию пищевых масс носят экспериментальный характер без аналитической оценки получающегося результата. Чаще всего проведенные экспериментальные испытания сводятся к получению общеэнергетических затрат на перемещение материала и сопоставлению полученных данных с моделью ньютоновской жидкости. Такие исследования дают только качественный результат, имеют узко частное значение и не могут быть применены в качестве широких рекомендаций к расчету экструзионного оборудования и оптимизации рабочих органов. Крайне редко в известных работах встречается анализ внутренних физических процессов, сопровождающих движение экструдата, что заметно сдерживает развитие теоретических основ рассматриваемого процесса.

Вышеизложенное показывает, что при изучении процесса экструдирования рыбных фаршевых систем требуется комплексный подход, преодолевающий установившуюся практику раздельного моделирования технологических зон. Проведенный анализ демонстрирует, что, несмотря на обширный научный задел, сохраняется фундаментальная проблема: математические описания составляются отдельно и зачастую независимо для различных зон экструдера (зоны питания, пластификации, дозирования и формования). Это не позволяет адекватно прогнозировать параметры продукта на выходе, так как история деформации и термического воздействия на материал в предыдущих зонах критически влияет на его реологическое поведение в последующих.

Это подтверждает актуальность разработки комплексной математической модели последовательного течения вязкоупругопластичного материала через все рабочие зоны экструдера, что позволит устранить выявленный пробел и станет основой для создания эффективных методов расчета и оптимизации экструзионной техники.

Анализ конструкций и особенностей расчета устройств для экструдирования пищевых материалов

Современные запатентованные разработки в области экструзионных технологий демонстрируют прогресс в направлении повышения гибкости, энергоэффективности и стабильности процессов. В качестве базового решения, направленного на расширение технологических возможностей, предложено устройство для многопоточного экструдирования [26]. Его сущность заключается в системе, состоящей из главного экструдера и съемного блока сателлитных экструдеров, соединенных через коллектор. Это позволяет разделить один поток основного экструдата на несколько независимых, каждый из которых может обрабатываться при индивидуальных температурных, влажностных и сдвиговых режимах с селективным вводом ингредиентов. Ключевым достоинством данной системы является возможность одновременного получения широкой номенклатуры продуктов из одной исходной рецептурной смеси, что значительно повышает гибкость производства. Однако внедрение такого решения сопряжено с усложнением конструкции и системы управления, а также с высокими капитальными затратами.

Параллельно с развитием модульных систем ведутся активные исследования по снижению энергоемкости экструдирования. Известно устройство, направленное на решение этой задачи, - энергосберегающий экструдер [27]. Его конструктивной особенностью является замена традиционного шнека на винтовой насос в сочетании с индукционным нагревом обрабатываемого сырья. Для повышения энергоэффективности в устройстве реализован принцип рекуперации тепла: пар, образующийся при декомпрессии в вакуумной камере, отводится для предварительного подогрева сырья в двустенной загрузочной камере.

Несмотря на достигнутое снижение энергопотребления, существенным недостатком данного способа нагрева является риск локального перегрева и пригорания продукта к стенкам нагревательной трубы из-за поверхностного характера теплопереноса.

Дальнейшим развитием идеи энергосбережения является устройство, описанное в патенте [28]. В данном энергоэффективном экструдере индукционный нагрев заменен на объемный СВЧ-нагрев с использованием магнетронов и трубы из радиопрозрачного материала. Это обеспечивает более равномерный и быстрый прогрев всего объема продукта, что исключает пригорание и повышает общую эффективность. Дополнительная надежность достигается за счет установки в загрузочной камере металлического сита, предотвращающего попадание в насос крупных частиц. В качестве недостатка данного технического решения можно отметить высокую стоимость СВЧ-оборудования и повышенную сложность его интеграции с системой управления.

Практический интерес представляют решения, направленные на стабилизацию отдельных технологических операций. Примером такого подхода является способ экструдирования с подачей жидкотекучего компонента [29]. Его сущность заключается в установке стабилизатора давления в трубопроводе подачи добавки на участке от дозирующего устройства до точки ввода в экструдер. Это техническое решение позволяет обеспечить равномерность подачи и смешивания компонента, что повышает однородность и качество готового продукта, и может быть относительно легко внедрено в существующие технологические линии.

Анализ современных тенденций в развитии экструзионных технологий позволяет выявить устойчивую ориентацию на повышение энергоэффективности и качества готовой продукции за счет оптимизации конструктивного исполнения рабочих органов и внедрения рекуперативных систем. Примером решения первой задачи является экструдер [30], новизна которого заключается в модульной архитектуре рабочей камеры, где ключевая роль отведена зонам стабилизации давления. Конструктивной особенностью этих зон является применение двухзаходного шнека, сегменты которого установлены с взаимным перекрытием, а на внутренней поверхности корпуса выполнена винтовая направляющая нарезка, сонаправленная движению продукта. Данное техническое решение позволяет эффективно подавить вредный противоток экструдата в зазоре между шнеком и корпусом, обеспечивая плавное ступенчатое нарастание и стабилизацию термомеханических параметров. Основным достоинством такого подхода является создание щадящего режима обработки. Это минимизирует деструкцию термолабильных питательных веществ и, как следствие, повышает потребительские свойства конечного продукта. Вместе с тем, реализация прецизионной модульной конструкции сопряжена с увеличением затрат на изготовление и эксплуатацию такого оборудования.

Параллельно развивается направление, связанное с замкнутой рекуперацией энергетических ресурсов технологического процесса. Предложенные в [31] способ и устройство основаны на организации рециркуляции пара. Специфика процесса заключается в отборе пара, образующегося в специальной зоне с увеличенным шагом шнековых элементов после интенсивной механической обработки в реверсивных шнеках, и последующей подаче его через форсунку в начальную стадию процесса — в зону шнековых элементов. Эта мера обеспечивает предварительную тепловую подготовку сырья, снижая механическую нагрузку на привод экструдера на 14–17 % и улучшая цветовые характеристики продукта за счет снижения интенсивности меланоидиновых реакций. Ключевым преимуществом является существенное повышение энергетической эффективности процесса без увеличения внешнего энергоподвода. Однако эффективность такой системы рекуперации жестко зависит от поддержания узкого диапазона технологических параметров, а сама система усложняет кинематику и требует высокоточной системы управления паровыми потоками.

В патенте [32] описана конструкция экструдера пресса для производства макаронных изделий улучшенного качества. Сущность разработки заключается в использовании

биметаллического шнека, у которого материал со стороны винтовой поверхности имеет коэффициент теплопроводности в 2,0–2,5 раза выше, чем у внутреннего материала. Это способствует перераспределению тепловых потоков и снижению риска налипания материала. Дополнительно введена система автоматического регулирования температуры и скорости вращения шнека на основе датчика температуры, электронного и магнитного усилителей, а также блока электромагнитных муфт. Ключевым достоинством является снижение энергопотребления и стабилизация качества продукта. Однако усложнение системы управления и необходимость использования прецизионных компонентов повышают стоимость и требования к эксплуатации.

В патенте [33] описана технологическая линия для изготовления пищевых экструдированных продуктов, в частности плоских зерновых хлебцов. Изобретение включает способ и устройство, в котором реализован многокомпонентный формующий узел, состоящий из разогревающей, перераспределяющей и уплотняющей шайб, а также фильеры. Важным элементом является теплоотводящий радиатор на хвостовике шнека, обеспечивающий стабилизацию температурного режима. Внутренняя поверхность корпуса экструдера выполнена с винтовой канавкой, что интенсифицирует измельчение зерновой смеси на этапе транспортировки. Для обеспечения плоскостности продукта используется направляющая с прижимным устройством, а окончательное досушивание осуществляется на воздухопроницаемом конвейере с принудительной вентиляцией. Основные достоинства данного решения: повышение однородности структуры продукта, увеличение срока службы оборудования и исключение деформации полуфабриката. К недостаткам можно отнести сложность конструкции матрицы и необходимость точной настройки множества элементов линии.

Еще одно перспективное решение представлено в патенте [34], где описан экструдер, ориентированный на переработку сырья растительного и животного происхождения с широким диапазоном влажности. Конструктивной особенностью является сборный шнек с наборными элементами, которые могут иметь постоянный или уменьшающийся шаг, увеличивающуюся толщину витков и уменьшающуюся глубину нарезки. Это позволяет гибко настраивать режимы термомеханической обработки под свойства сырья. Динамический формующий узел включает диск с четырьмя цилиндрическими отверстиями конической формы и сменную матрицу с отверстиями различной конфигурации. Зазор между диском и матрицей регулируется посредством резьбового соединения, что исключает эффект пережога и обеспечивает гомогенизацию экструдата. Важным преимуществом является возможность работы без предварительного измельчения сырья благодаря камере измельчения с ножом и распылительными форсунками. Однако наличие большого числа сборных элементов и необходимость точной регулировки зазора требуют высокой культуры производства и обслуживания.

Обобщая вышеизложенное, можно констатировать, что современные разработки в области экструзионного оборудования демонстрируют устойчивую тенденцию к интеграции нескольких функций в единой системе: измельчения, смешивания, термостатирования и формования. Это позволяет достичь значительного повышения гибкости, энергоэффективности и качества продукции. Однако эти преимущества приводят к усложнению конструкций, росту капитальных затрат и повышенным требованиям к системам управления и квалификации персонала.

Анализ показывает, что при разработке экструдеров необходимо обращать особое внимание на то, каким образом отдельные конструктивные элементы воспринимают возникающие при работе силовые нагрузки. Усилия распределяются между функциональными узлами одношнекового экструдера следующим образом. Станина экструдера воспринимает статическую нагрузку от смонтированных на ней всех узлов, а также реактивный момент, возникающий при работе электродвигателя и редуктора. При работе экструдера корпус узла упорного подшипника и цилиндрический корпус шнека

одновременно воспринимают растягивающее усилие, равное осевому усилию на шнеке по величине и обратное по направлению, а также реактивный момент, привода шнека, равный моменту, приложенному к шнеку. Поскольку задняя обойма упорного подшипника опирается на стенку корпуса, то осевое усилие шнека воспринимается корпусами шнека и подшипника и на стенку редуктора не передается. Цилиндрический корпус шнека испытывает также растягивающие усилия в радиальном направлении под действием давлений со стороны экструдата, а также изгиб под действием собственной массы. Наряду с этим, шнек экструдера работает на скручивание от передаваемого крутящего момента и на сжатие от осевого усилия.

Схема силового нагружения некоторых узлов и деталей экструдеров с двумя шнеками, вращающимися в противоположных направлениях, несколько отличается от схемы нагружения одношнековых устройств. Корпус шнеков в местах крепления к редуктору не воспринимает реактивный крутящий момент. Аналогично в корпусе коробки передач крутящий момент на валах-шестернях является по отношению к корпусу внутренним усилием. Валы-шестерни коробки передач двухшнековых экструдеров передают крутящий момент и осевое усилие шнеков, воспринимая в то же время изгибающий момент от распорных усилий, возникающих в зубчатой передаче. При этом валы-шестерни являются наиболее нагруженными звеньями, поскольку их невозможно усилить вследствие малого межосевого расстояния. В остальном схема нагружения узлов двухшнековых устройств аналогична одношнековым.

Основной технико-экономической характеристикой экструдера является производительность, которая представляет собой функцию многих переменных и в зависимости от конструкции и типоразмера устройства изменяется для современных машин от 20 до 800 кг/ч. В настоящее время в известных источниках отсутствуют единые инженерные методики проектного расчета технологических параметров процесса и геометрических параметров рабочих органов одно- и двухшнековых экструдеров. Это объясняется комплексным характером динамики процессов экструдирования, математическое описание которых является сложным. Аналитическое выражение процесса перемещения, сжатия, смешивания, пластификации и выдавливания рыбного фарша экструдером должно учитывать одновременное и взаимосвязанное действие факторов, основанное на законах реологии, механики сплошной среды, гидродинамики неньютоновских жидкостей, сопротивления материалов и теплофизики. Развитие научных методов расчета параметров процесса и размеров оборудования идет преимущественно по пути разработки систем уравнений, обеспечивающих вычисление скоростей, напряжений в материале, производительности, создаваемых шнеков давлений, осевых усилий на шнек и потребляемой мощности при заданной геометрии рабочих органов экструдера. Чаще всего применяется метод последовательных приближений для решения задачи выбора оптимальных параметров формующих органов и шнека.

Несмотря на широкое использование экструдеров в пищевой промышленности, до настоящего времени отсутствуют единые теоретически обоснованные методы расчета и конструирования такого оборудования, позволяющие учесть различные реологические свойства обрабатываемых пищевых масс. Конструируются преимущественно машины, аналогичные существующим работоспособным образцам, а новое оборудование доводится до оптимальных показателей работы эмпирическим путем. Таким путем можно решать только частные задачи, а для перспективного проектирования оборудования с учетом современных научно-технических требований он непригоден. Отсутствие универсальных гидромеханических методов расчета процесса экструдирования с учетом движения и деформаций вязкоупругопластичного материала объясняется сложностью реологических характеристик таких пищевых сред.

В целом, анализ развития экструзионного оборудования для термопластической переработки пищевых материалов позволяет отметить универсальные инженерно-

технологические принципы, обладающие значительным потенциалом для применения в области холодного экструдирования фаршевых систем на основе рыбного сырья. Несмотря на серьезные различия в физико-химической природе процессов (например, отсутствие при холодном экструдировании фазовых переходов, обусловленных термопластификацией), оба технологических подхода направлены на решение сходных задач: обеспечение реологической стабильности гетерогенной дисперсной системы, прецизионное формование и сохранение структурно-механических и органолептических характеристик готового продукта.

Сквозным направлением при этом является принцип модульного построения рабочих органов экструдера. В отношении холодной экструзии рыбных фаршевых систем это предполагает разработку машин со сменными шнековыми блоками, геометрические параметры которых (шаг, глубина и профиль канала, угол наклона витка) оптимизированы под реологические характеристики конкретного типа сырья. Фаршевые системы с высоким содержанием липидов, соединительной ткани или, напротив, с преобладанием мышечных волокон требуют дифференцированного режима деформации сдвига для предотвращения избыточной деструкции клеточных структур, синерезиса и расслоения липидно-белковой эмульсии. Использование сборных шнеков, аналогично передовым решениям в термопластической экструзии, позволит дозированно управлять интенсивностью механического воздействия по длине технологического канала, обеспечивая гомогенизацию без перетирания и формирование заданной текстуры конечного продукта.

Опыт энергооптимизации термоэкструдеров, в частности, реализации рекуперативных циклов, в условиях холодной экструзии трансформируется в задачу управления диссипацией механической энергии. Интенсификация механического воздействия для гомогенизации фарша неизбежно сопряжена с тепловыделением, что для термолабильной системы рыбного белка является нежелательным фактором. В этой связи актуальной становится разработка комбинированных систем активного и пассивного охлаждения рабочих органов. Конструктивные решения, подобные теплоотводящим элементам на хвостовике шнека, могут быть адаптированы как интегральные контуры охлаждения, отводящие тепло непосредственно в зонах максимального сдвига. Это позволит поддерживать изотермический режим процесса, что является обязательным условием для предотвращения денатурации белков, активации протеолитических ферментов и отделения жировой фазы, тем самым сохраняя функционально-технологические свойства фаршевой системы.

Следует отметить и следующее направление - это прецизионный контроль и стабилизация параметров процесса экструдирования. Реологические свойства рыбного фарша являются высокочувствительной функцией от температуры, скорости деформации, содержания влаги и жира. Установка тензометрических датчиков давления в предматричной зоне и распределенных датчиков температуры по длине корпуса, связанных с блоком управления, позволит в реальном времени корректировать скорость вращения шнека и интенсивность охлаждения. Это обеспечит стабильность давления экструдата и, как следствие, геометрическую стабильность сложноформованного изделия. Кроме того, приспособления для ввода жидкотекучих компонентов в экструдерах могут быть успешно применены для дозированного введения гидратирующих растворов, фосфатов, растительных масел или ароматических эмульсий в фаршевую систему, что гарантирует равномерность ее распределения и стабильность.

Тенденции развития технологий холодного экструдирования рыбных фаршевых систем заключаются в целенаправленном проектировании интеллектуальных экструзионных комплексов. Такие системы характеризуются адаптивной модульной архитектурой, интегрированным высокоэффективным контуром термостабилизации и замкнутой системой предиктивного управления с обратной связью, основанной на анализе реологических свойств рецептуры в реальном времени. Подобный подход, сопряженный с объективным усложнением кинематики и ростом капиталоёмкости, позволит реализовать производство

широкого ассортимента продуктов с программируемыми структурно-механическими и функциональными свойствами. Это включает создание продуктов-аналогов, таких как крабовые палочки и волокнистые снеки, деликатесные фарши для начинок, а также обогащенные и функциональные изделия, что соответствует общемировому тренду рационального использования гидробионтов и повышения глубины переработки сырья [35].

Разработка уравнения течения фаршевых систем в процессе экструдирования

При математическом моделировании процесса экструдирования фаршевых систем необходимо рассчитать поля скоростей и давлений в потоке материала. Для этого необходимо иметь общее уравнение движения вязкоупругопластичной среды в проекциях на оси выбранной системы координат. Выбор системы координат определяется конфигурацией рабочих зон экструдера. Воспользуемся полученным в работе [12] реологическим уравнением фаршевой системы из рыбного сырья:

$$\tau = \mathrm{T}_1 \cdot \exp\left(-t_1 \cdot \dot{\gamma}\right) + \mathrm{T}_2 \cdot \exp\left(-t_2 \cdot \dot{\gamma}\right) + \mu \cdot \dot{\gamma}, \quad (1)$$

где τ - напряжение в потоке фаршевой системы; $\dot{\gamma}$ - градиент скорости потока; μ - коэффициент псевдопластической вязкости диспергированной фазы фаршевой системы; T_1 - напряжение внешнего трения о стенки канала в момент трогания волокнистой структуры (фрикционный показатель волокнистой структуры фаршевой системы в потоке); T_2 - напряжение внутренней прочности в момент трогания (прочностной показатель волокнистой структуры в потоке); t_1, t_2 - временные факторы, характеризующие разрушение волокнистой структуры фаршевой системы; $t_1 > 0$; $t_2 > 0$; $\mu > 0$; $\mathrm{T}_1 + \mathrm{T}_2 = \tau_0 > 0$.

При получении общего уравнения движения фаршевой системы полагаем, что материал является сплошной несжимаемой жидкой средой. Для любой жидкости справедливо уравнение динамики в напряжениях:

$$\rho \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \cdot \bar{F} + div\left(P\right), \quad (2)$$

где ρ – плотность жидкости; $\bar{v}$ – вектор абсолютной скорости потока; t – время; $\bar{F}$ – вектор массовых сил; P – тензор напряжений в жидкости.

Известно, что тензор напряжений суть сумма двух составляющих:

$$P = P_0 + P_1, \quad (3)$$

где P_0 – девиаторная часть тензора; P_1 – шаровая часть тензора.

Шаровая часть тензора – функция гидростатического давления в потоке:

$$P_1 = -p \cdot \delta, \quad (4)$$

где p – среднее гидростатическое давление в потоке; δ – единичный тензор.

Девиаторная часть тензора – функция напряжения сдвига в жидкости:

$$P_0 = \left\{\tau_{ij}\right\}, \quad (5)$$

где τ_{ij} – напряжение сдвига в жидкости.

Будем считать, что уравнение (1) справедливо для многомерного течения фаршевой системы. Тогда в общем виде реологическая модель (1) примет вид:

$$\tau_{ij} = \mathrm{T}_1 \cdot \exp\left(-t_1 \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right) + \mathrm{T}_2 \cdot \exp\left(-t_2 \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right) + \mu \cdot \dot{\gamma}_{ij}. \quad (6)$$

В таком виде уравнение (6) может быть подставлено в качестве составляющих компонентов тензора напряжений сдвига в формулу (5). Обозначим:

$$P_0 = \left\{P_{ij}\right\}. \quad (7)$$

Тогда с учетом выражения (6) можно записать:

$$\left\{P_{ij}\right\} = \mathrm{T}_1 \cdot \exp\left(-t_1 \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right) + \mathrm{T}_2 \cdot \exp\left(-t_2 \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right) + \mu \cdot \dot{\gamma}_{ij}. \quad (8)$$

Выражение (8) суть девиаторная часть тензора напряженного состояния фаршевой системы, характеризующая касательные напряжения сдвига. Преобразуем уравнение (2) с учетом составляющих тензора напряжений. В результате получим:

$$\rho \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \cdot \bar{F} + div\left(P_1\right) + div\left(P_0\right). \quad (9)$$

Далее выразим:

$$\rho \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \cdot \bar{F} - grad\left(p\right) + div\left[\mathrm{T}_1 \cdot \exp\left(-t_1 \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right) + \mathrm{T}_2 \cdot \exp\left(-t_2 \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right) + \mu \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right]. \quad (10)$$

Выражение (10) является уравнением движения фаршевой системы из рыбного сырья в общем виде, записанное в векторной форме. Характерной особенностью формулы (10), учитывающей вязкоупругопластичные свойства материала, является наличие в ней члена $\mathrm{T}_1 \cdot \exp\left(-t_1 \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right) + \mathrm{T}_2 \cdot \exp\left(-t_2 \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right)$, характеризующего внутренние напряжения структурированного потока. Для полностью диспергированного потока в выражении (10) этот член пропадает, и формула преобразуется в уравнение Навье-Стокса:

$$\rho \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \cdot \bar{F} - grad\left(p\right) + \mu \cdot div\left(\dot{\gamma}_{ij}\right). \quad (11)$$

Характерной особенностью уравнения (11) является то, что коэффициент псевдопластической вязкости μ отличается от аналогичного коэффициента для ньютоновских жидкостей. Для диспергированной фаршевой системы на коэффициент μ оказывает влияние демпфирующее действие волокон материала, ориентированных по потоку.

Уравнение (10) является инвариантным к системе координат, поскольку записано в инвариантной тензорной форме. Выбор конкретной системы координат удобно осуществлять, учитывая геометрию канала экструдера, в котором происходит движение потока. Рассмотрим уравнение движения фаршевой системы в проекциях на оси

ISSN 2413–9858

прямоугольной системы координат. Принимая во внимание формулу (8), общее уравнение (10) можем записать в виде:

$$\rho \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \cdot \bar{F} - grad(p) + div(P_{ij}). \quad (12)$$

Определитель тензора P_{ij} имеет следующий вид:

$$\left\| P_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{vmatrix}. \quad (13)$$

Компоненты напряжений τ_{ij} связаны с компонентами тензора скоростей деформаций соотношением (6), в котором

$$\left\| \dot{\gamma}_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} \dot{\gamma}_{xx} & \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\gamma}_{xz} \\ \dot{\gamma}_{yx} & \dot{\gamma}_{yy} & \dot{\gamma}_{yz} \\ \dot{\gamma}_{zx} & \dot{\gamma}_{zy} & \dot{\gamma}_{zz} \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Представим компоненты тензора скоростей деформаций $\left\| \dot{\gamma}_{ij} \right\|$ в развернутом виде:

$$\left\| \dot{\gamma}_{ij} \right\| = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x}; & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); & \frac{\partial v}{\partial y}; & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right); & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right); & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix}, \quad (15)$$

где u, v, w – проекции скорости потока соответственно на оси *Ox*, *Oy*, *Oz*.

Запись каждого из компонентов тензора (15) в общем виде характеризуется соотношениями:

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \text{ где } i = x, y, z; \quad (16)$$

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \; i \neq j. \quad (17)$$

С учетом выражений (6), (13), (15) компоненты тензора $\left\| P_{ij} \right\|$ будут иметь следующий вид:

$$\tau_{xx} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial x}; \quad (18)$$

$$\tau_{xy} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) + \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right);$$

$$\tau_{xz} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right) + \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right);$$

$$\tau_{yx} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right) + \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right);$$

$$\tau_{yy} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial y};$$

$$\tau_{yz} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)\right) + \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right);$$

$$\tau_{zx} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)\right) + \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right);$$

$$\tau_{zy} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)\right) + \mu \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right);$$

$$\tau_{zz} = \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{\partial w}{\partial z}\right) + \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Для преобразования уравнения (12) в прямоугольную систему координат, необходимо, используя формулы (18), провести операцию $div\left(P_{ij}\right)$ в проекциях на оси координат. Воспользуемся следующими выражениями для нахождения дивергенции тензора в проекциях на оси координат:

$$\left(div\left(P_{ij}\right)\right)_x = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}; \tag{19}$$

$$\left(div\left(P_{ij}\right)\right)_y = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}; \tag{20}$$

$$\left(div\left(P_{ij}\right)\right)_z = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}. \tag{21}$$

Запишем выражения (19)-(21) в конкретном виде, используя формулы (18):

$$\left(div\left(P_{ij}\right)\right)_x = \left(\sum_{k=1}^{2} -t_k \cdot \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \mu\right) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} +$$
$$+ \left(\sum_{k=1}^{2} -\frac{t_k \cdot \mathrm{T}_k}{2} \cdot \exp\left(-\frac{t_k}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) + \frac{\mu}{2}\right) \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}\right) + \tag{22}$$
$$+ \left(\sum_{k=1}^{2} -\frac{t_k \cdot \mathrm{T}_k}{2} \cdot \exp\left(-\frac{t_k}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right) + \frac{\mu}{2}\right) \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z}\right);$$

$$\left(div\left(P_{ij}\right)\right)_y = \left(\sum_{k=1}^{2} -\frac{t_k \cdot \mathrm{T}_k}{2} \cdot \exp\left(-\frac{t_k}{2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) + \frac{\mu}{2}\right) \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right) + \tag{23}$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{2}-t_k\cdot \mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\mu\right)\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{2}-\frac{t_k\cdot \mathrm{T}_k}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right)+\frac{\mu}{2}\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial z}\right);$$
$$\left(div\left(P_{ij}\right)\right)_z=\left(\sum_{k=1}^{2}-\frac{t_k\cdot \mathrm{T}_k}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right)+\frac{\mu}{2}\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}\right)+$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{2}-\frac{t_k\cdot \mathrm{T}_k}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right)+\frac{\mu}{2}\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y\partial z}\right)+ \quad (24)$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{2}-t_k\cdot \mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\right)\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}.$$

Рассмотрим в уравнении (22) сумму слагаемых, содержащих коэффициент μ, и сгруппируем такие слагаемые. Вследствие неразрывности и несжимаемости потока $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$. В результате получим:

$$\mu\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\mu}{2}\cdot\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}\right)+\frac{\mu}{2}\cdot\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right)=$$
$$=\frac{\mu}{2}\cdot\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\frac{\mu}{2}\cdot\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]= \quad (25)$$
$$=\frac{\mu}{2}\cdot\nabla^2 u.$$

Аналогичные преобразования выполним в выражениях для $\left(div\left(P_{ij}\right)\right)_y$ и $\left(div\left(P_{ij}\right)\right)_z$, где соответственно для суммы членов, содержащих μ, получим $\frac{\mu}{2}\cdot\nabla^2 v$ и $\frac{\mu}{2}\cdot\nabla^2 w$. Таким образом, подставив выражения (22)-(24) и (25) в уравнение (12), получим общее уравнение течения фаршевой системы в проекциях на оси прямоугольной системы координат:

на ось *Ox*:

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+v\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+w\cdot\frac{\partial u}{\partial z}\right)=\rho\cdot F_x-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{2}\cdot\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\sum_{k=1}^{2}-t_k\cdot \mathrm{T}_k\times$$
$$\times\left[\exp\left(-t_k\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right)\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}\right)+\right. \quad (26)$$
$$\left.+\frac{1}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right)\right];$$

на ось *Oy*:

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial v}{\partial x}+v\cdot\frac{\partial v}{\partial y}+w\cdot\frac{\partial v}{\partial z}\right)=\rho\cdot F_y-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\mu}{2}\cdot\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)+\sum_{k=1}^{2}-t_k\cdot \mathrm{T}_k\times$$
$$\times\left[\exp\left(-t_k\cdot\frac{\partial v}{\partial y}\right)\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{1}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\right)+\right. \quad (27)$$
$$\left.+\frac{1}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial z}\right)\right];$$

на ось *Oz*:

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial w}{\partial x}+v\cdot\frac{\partial w}{\partial y}+w\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)=\rho\cdot F_z-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{2}\cdot\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)+\sum_{k=1}^{2}-t_k\cdot \mathrm{T}_k\times$$
$$\times\left[\exp\left(-t_k\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\frac{1}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}\right)+\right. \quad (28)$$
$$\left.+\frac{1}{2}\cdot\exp\left(-\frac{t_k}{2}\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y\partial z}\right)\right].$$

Полученные модели (26)-(28) с учетом уравнения неразрывности потока $div(\bar{v})=0$ могут использоваться для расчета скоростей потока при течении фаршевых систем в каналах экструдера.

Полученные выше математические модели дополним уравнением теплового баланса:

$$\rho\cdot c\cdot\left(u\cdot\frac{\partial T}{\partial x}+v\cdot\frac{\partial T}{\partial y}+w\cdot\frac{\partial T}{\partial z}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\cdot\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\cdot\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\cdot\frac{\partial T}{\partial z}\right)+$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\mu\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\right)\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\left(\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\mu\cdot\frac{\partial v}{\partial y}\right)\cdot\frac{\partial v}{\partial y}+$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)\cdot\frac{\partial w}{\partial z}+$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)+\mu\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)+ \quad (29)$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right)+\mu\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)+$$
$$+\left(\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right)+\mu\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right),$$

где c - удельная теплоемкость материала; λ - коэффициент теплопроводности материала; T - температура материала.

В случае движения фаршевой системы по каналам экструдера, имеющим форму тела вращения, удобнее рассчитывать поле скоростей в потоке, пользуясь уравнением движения,

составленным в проекциях на оси цилиндрической системы координат. Для упрощения записи введем обозначение:

$$f\left(\dot{\gamma}_{ij}\right)=\mathrm{T}_1\cdot\exp\left(-t_1\cdot\dot{\gamma}_{ij}\right)+\mathrm{T}_2\cdot\exp\left(-t_2\cdot\dot{\gamma}_{ij}\right)=\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\dot{\gamma}_{ij}\right). \quad (30)$$

Тогда реологическая модель (6) примет вид:

$$\tau_{ij}=f\left(\dot{\gamma}_{ij}\right)+\mu\cdot\dot{\gamma}_{ij}. \quad (31)$$

В цилиндрических координатах выражения для компонент тензора скоростей деформаций имеют вид:

$$\begin{gathered}\dot{\gamma}_{rr}=\frac{\partial u}{\partial r};\ \dot{\gamma}_{\varphi\varphi}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial\varphi}+\frac{u}{r};\ \dot{\gamma}_{zz}=\frac{\partial w}{\partial z};\\ \dot{\gamma}_{r\varphi}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial\varphi}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{u}{r};\ \dot{\gamma}_{\varphi z}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial\varphi}+\frac{\partial v}{\partial z};\ \dot{\gamma}_{zr}=\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z},\end{gathered} \quad (32)$$

где u, v, w – составляющие вектора скорости потока фаршевой системы соответственно по координатам r, φ, z.

Принимая во внимание формулы (30)-(32), получим следующие выражения для компонент тензора напряжений τ_{ij}:

$$\tau_{rr}=2\cdot\left[f\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\mu\cdot\frac{\partial u}{\partial r}\right]; \quad (33)$$

$$\tau_{\varphi\varphi}=2\cdot\left[f\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial\varphi}+\frac{u}{r}\right)+\mu\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial\varphi}+\frac{u}{r}\right)\right]; \quad (34)$$

$$\tau_{zz}=2\cdot\left[f\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\mu\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]; \quad (35)$$

$$\tau_{r\varphi}=f\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial\varphi}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}\right)+\mu\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial\varphi}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{u}{r}\right); \quad (36)$$

$$\tau_{\varphi z}=f\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial\varphi}\right)+\mu\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial\varphi}\right); \quad (37)$$

$$\tau_{zr}=f\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)+\mu\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right). \quad (38)$$

Запишем уравнение (12) в координатной форме в проекциях на оси r, φ, z цилиндрической системы координат:

$$\begin{gathered}\rho\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{v}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial\varphi}+w\cdot\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{v^2}{r}\right)=\\ =\rho\cdot F_r-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial\tau_{rr}}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\tau_{r\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{\partial\tau_{r\varphi}}{\partial z}+\frac{\tau_{rr}-\tau_{\varphi\varphi}}{r};\end{gathered} \quad (39)$$

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{v}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial \varphi}+w\cdot\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{u\cdot v}{r}\right)=$$
$$=\rho\cdot F_{\varphi}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial p}{\partial \varphi}+\frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial \tau_{\varphi\varphi}}{\partial r}+\frac{\partial \tau_{z\varphi}}{\partial z}+\frac{2\cdot\tau_{r\varphi}}{r}; \quad (40)$$

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{v}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial \varphi}+w\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)=$$
$$=\rho\cdot F_{z}-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial \varphi}+\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}+\frac{\tau_{zr}}{r}. \quad (41)$$

Далее воспользуемся уравнением неразрывности $div(\bar{v})=0$ и запишем его в координатах цилиндрической системы:

$$\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial \varphi}+\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{u}{r}=0. \quad (42)$$

Подставим в формулы (39)-(41) компоненты тензора напряжений (33)-(38):

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{v}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial \varphi}+w\cdot\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{v^2}{r}\right)=$$
$$=\rho\cdot F_{r}-\frac{\partial p}{\partial r}+\mu\cdot\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial r}-\frac{2}{r^2}\cdot\frac{\partial v}{\partial \varphi}-\frac{u}{r^2}\right)+$$
$$+2\cdot f'\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot f'\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial \varphi}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}\right)\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial r\cdot\partial \varphi}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)+$$
$$+f'\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r\cdot\partial z}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\frac{2}{r}\cdot\left(f\cdot\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)-f\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial \varphi}+\frac{u}{r}\right)\right); \quad (43)$$

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{v}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial \varphi}+w\cdot\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{u\cdot v}{r}\right)=$$
$$=\rho\cdot F_{\varphi}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial p}{\partial \varphi}+\mu\cdot\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{2}{r^2}\cdot\frac{\partial u}{\partial \varphi}-\frac{v}{r^2}\right)+$$
$$+f'\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial \varphi}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}\right)\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial r\cdot\partial \varphi}-\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial u}{\partial \varphi}+\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\cdot v\right)+$$
$$+\frac{2}{r}\cdot f'\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial \varphi}+\frac{u}{r}\right)\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial \varphi}\right)+f'\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial \varphi}\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi\cdot\partial z}\right)+$$
$$+\frac{2}{r}\cdot f\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial \varphi}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}\right); \quad (44)$$

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{v}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial \varphi}+w\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)= \quad (45)$$

$$= \rho \cdot F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} \right) +$$
$$+ f' \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r \cdot \partial z} \right) + \frac{1}{r} \cdot f' \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z \cdot \partial \varphi} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) +$$
$$+ 2 \cdot f' \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot f \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right).$$

С учетом (30) выразим производную:

$$f'\left(\dot{\gamma}_{ij}\right) = -\sum_{k=1}^{2} t_k \cdot \mathrm{T}_k \cdot \exp\left(-t_k \cdot \dot{\gamma}_{ij}\right). \tag{46}$$

Подставив формулы (30) и (46) с учетом конкретных значений компонентов тензора $\dot{\gamma}_{ij}$ в уравнения (43)-(45), получим уравнения движения фаршевой системы в проекциях на оси цилиндрической системы координат:

на ось Or:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} \right) =$$
$$= \rho \cdot F_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{u}{r^2} \right) -$$
$$- \sum_{k=1}^{2} t_k \cdot \mathrm{T}_k \cdot \left[2 \cdot \exp\left(-t_k \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \exp\left(-t_k \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \right) \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r \cdot \partial \varphi} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) + \right.$$
$$\left. + \exp\left(-t_k \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r \cdot \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] + \frac{2}{r} \cdot \sum_{k=1}^{2} \mathrm{T}_k \cdot \left[\exp\left(-t_k \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \exp\left(-t_k \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u}{r} \right) \right) \right]; \tag{47}$$

на угловую ось $r\Delta\varphi$:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u \cdot v}{r} \right) =$$
$$= \rho \cdot F_\varphi - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \mu \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{v}{r^2} \right) -$$
$$- \sum_{k=1}^{2} t_k \cdot \mathrm{T}_k \left[\exp\left(-t_k \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \right) \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial r \cdot \partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot v \right) + \right. \tag{48}$$
$$+ \frac{2}{r} \cdot \exp\left(-t_k \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u}{r} \right) \right) \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) +$$
$$\left. + \exp\left(-t_k \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \right) \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi \cdot \partial z} \right) \right] +$$

$$+\frac{2}{r}\cdot\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\left(\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial\varphi}+\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}\right)\right);$$

на ось Oz:

$$\rho\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\cdot\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{v}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial\varphi}+w\cdot\frac{\partial w}{\partial z}\right)=$$

$$=\rho\cdot F_z-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\cdot\left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial r}\right)-$$

$$-\sum_{k=1}^{2}t_k\cdot\mathrm{T}_k\cdot\left[\exp\left(-t_k\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial r\cdot\partial z}\right)+\right. \tag{49}$$

$$+\frac{1}{r}\cdot\exp\left(-t_k\cdot\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial\varphi}\right)\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z\cdot\partial\varphi}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2}\right)+$$

$$\left.+2\cdot\exp\left(-t_k\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right)\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\cdot\sum_{k=1}^{2}\mathrm{T}_k\cdot\exp\left(-t_k\cdot\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right)\right].$$

Обсуждение результатов

Полученные уравнения (47)-(49) дают возможность рассчитать поля скоростей и давлений в потоке рыбной фаршевой системы при экструдировании. В связи со сложностью полученных моделей их решение в аналитическом виде представляет собой крайне трудоемкую задачу. В связи с этим каждая частная задача с учетом реальных граничных условий и геометрических характеристик рабочих зон экструдера должна решаться численными методами.

Разработанная система уравнений движения и теплового баланса описывает течение фаршевой системы в произвольном объеме. Однако для ее практического численного решения и получения результатов, применимых к проектированию конкретных узлов экструдера, необходимо иметь адекватные граничные условия. Их выбор определяется геометрией каналов в различных рабочих зонах и специфическими реологическими свойствами рыбного фарша как структурированной среды.

Для уравнений движения и неразрывности ключевыми являются условия на твердых границах, а также на входе и выходе расчетной области. На всех неподвижных стенках (витках шнека, внутренней поверхности корпуса, стенках каналов экструзионной головки) целесообразно применять условие прилипания, согласно которому скорость потока равна нулю. Для вращающихся поверхностей, таких как шнек, скорость материала на границе принимается равной скорости движения самой стенки. В зонах с осевой симметрией, например, в круглых каналах экструзионной головки, рекомендуется использовать условие симметрии.

На входе расчетной области, в зоне дозирования, целесообразно задавать распределение расхода, то есть объемную производительность экструдера, что соответствует его работе в установившемся технологическом режиме. Альтернативой может быть задание профиля скорости, полученного из модели предыдущей технологической зоны. На выходе из формующего инструмента, где экструдат выходит из машины, стандартно задается условие атмосферного давления. Однако для точного моделирования таких эффектов, как разбухание экструдата после выхода из фильеры, могут потребоваться более сложные формулировки, учитывающие свободную поверхность материала.

Постановка граничных условий для уравнения теплового баланса определяется режимом термостатирования оборудования. На стенках может задаваться постоянная

температура, что соответствует идеальному термостатированию, или условие теплоизоляции, что соответствует адиабатическому процессу, когда нагрев материала происходит только за счет диссипации механической энергии. Наиболее общим случаем является условие конвективного теплообмена, когда стенка обменивается теплом с внешней средой с определенной интенсивностью. На входе в расчетную область, как правило, задается температура материала, поступающего из предыдущей зоны, а на выходе часто предполагается отсутствие значительного теплообмена с атмосферой.

Кроме того, при численном моделировании целесообразно указывать свойства фаршевой системы в пристенной области. Рыбный фарш, как гетерогенная система с выраженными волокнистыми включениями, при определенных условиях может проявлять эффект проскальзывания на стенке. В такой ситуации условие прилипания перестает быть адекватным, и его необходимо заменять на соотношение, которое связывает скорость скольжения материала вдоль стенки с величиной действующего там касательного напряжения. Коэффициент такой связи определяется экспериментально для конкретной пары «материал-поверхность».

Адекватный выбор граничных условий обеспечивает физическую достоверность результатов численного моделирования. Для создания комплексной модели, охватывающей все рабочие зоны экструдера, необходимо обеспечить сопряжение расчетных областей путем передачи с выходов одних зон на входы других полных данных о состоянии материала, включая поля скорости, давления, температуры и напряжений. Такой подход позволяет реализовать принцип сквозного моделирования и в полной мере учесть историю деформационно-теплового воздействия на экструдат по всей длине технологического пути.

Заключение

Проведенный анализ научных работ в области математического моделирования процесса экструдирования выявил переход от относительно простых гидродинамических и геометрических моделей к комплексным реологическим описаниям. Установлена фундаментальная проблема раздельного моделирования технологических зон экструдера, что не позволяет адекватно учитывать историю деформационно-теплового воздействия на материал и обеспечивать заданные параметры готового сложноформованного продукта.

Исследование современных конструкций экструдеров для переработки пищевых материалов демонстрирует устойчивые тенденции к созданию модульных, энергоэффективных и интеллектуальных систем. Ключевыми направлениями развития являются следующие: внедрение адаптивных шнековых систем с регулируемой геометрией, рекуперация энергоресурсов, прецизионный контроль термомеханических и реологических параметров в реальном времени. Однако эти преимущества сопряжены с усложнением кинематики, ростом капиталоёмкости и повышенными требованиями к системам управления.

На основе проведенного анализа и ранее обоснованной реологической модели разработан комплекс взаимосвязанных математических моделей течения фаршевых систем из рыбного сырья при экструдировании. Получено общее уравнение движения вязкоупругопластичной среды в тензорной форме, преобразованное для прямоугольной и цилиндрической систем координат. Комплекс математических моделей включает уравнения движения, неразрывности и теплового баланса, учитывающие диссипативные процессы и нелинейные реологические эффекты, обусловленные структурой рыбного фарша.

Ввиду значительной нелинейности полученных дифференциальных уравнений в частных производных, их практическое применение требует использования численных методов. Разработанный математический аппарат создает основу для моделирования последовательного течения материала через все рабочие зоны экструдера, что позволит устанавливать количественные взаимосвязи между реологическими свойствами сырья,

конструктивными и режимными параметрами оборудования, и целевыми характеристиками готовой сложноформованной продукции.

Направлением дальнейших исследований является выбор граничных условий и численное моделирование процесса течения фаршевых систем из рыбного сырья в рабочих зонах экструдеров, а также исследование зависимостей основных параметров указанного процесса от свойств рыбного фарша, геометрических параметров рабочих органов и режимных параметров оборудования.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Курочкин, А.А. Энергоэффективный экструдер для переработки пищевого сырья / А.А. Курочкин, М.А. Потапов // Инновационная техника и технология. – 2023. – Т. 10, № 1. – С. 69-72.

2. Титова, С.А. Разработка технологии кормового рыбного криофарша / С.А. Титова, Л.К. Куранова, О.А. Голубева // Вестник МГТУ. Труды Мурманского государственного технического университета. – 2017. – Т. 20, № 3. – С. 619-627.

3. Джингилбаев, С.С. Влияние геометрических параметров шнека пресс-экструдера на процесс переработки семян подсолнечника / С.С. Джингилбаев, Л.Б. Юсупова // Механика и технологии. – 2022. – № 3(77). – С. 38-43.

4. Лукин, А.А. Особенности конструкции двухшнековых экструдеров для пищевой промышленности / А.А. Лукин, Л.А. Штриккер // Известия Дагестанского ГАУ. – 2024. – № 3(23). – С. 161-167.

5. Василенко, В.Н. Математическая модель течения двух вязкопластичных сред в формующем канале экструдера при коэкструзии / В.Н. Василенко, А.Н. Остриков, В.И. Ряжских // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. – 2012. – № 2(52). – С. 64-67.

6. Математическое моделирование течения расплава мультизлакового сырья в процессе коэкструзии / А.Н. Остриков, А.А. Оспанов, В.Н. Василенко [и др.] // Вестник Алматинского технологического университета. – 2024. – № 4. – С. 105-121.

7. Шабарин, А.А. Построение математической модели плоскощелевой экструзионной головки типа «рыбий хвост / А.А. Шабарин, А.М. Кузьмин // Известия Кабардино-Балкарского государственного университета. – 2024. – Т. 14, № 1. – С. 30-36.

8. Сыромятников, И.А. Совершенствование способов подготовки рыбного фарша для производства пищеконцентратов / И.А. Сыромятников, Е.Е. Иванова, Н.В. Чибич // Вестник КрасГАУ. – 2024. – № 2(203). – С. 222-228.

9. Goh, K.M. The changes of chemical composition of microencapsulated roselle (*Hibiscus sabdariffa* L.) seed oil by co-extrusion during accelerated storage / K.M. Goh, S.S. Low, K.L. Nyam // International Journal of Food Science & Technology. – 2021. – Vol. 56, No. 12. – P. 6649-6655.

10. Hot-melt co-extrusion: Requirements, challenges and opportunities for pharmaceutical applications / A.K. Vynckier, L. Dierickx, J.P. Remon [et al.] // Journal of Pharmacy and Pharmacology. – 2014. – Vol. 66, No. 2. – P. 167-179.

11. Тихонова, Н.В. Разработка и исследование качества коэкструзионных изделий - трубочек с подваркой из микроклонированной земляники садовой / Н.В. Тихонова // Актуальные проблемы пищевой промышленности и общественного питания: Материалы Международной научно-практической конференции, Екатеринбург, 19 апреля 2017 года. – Екатеринбург: Уральский государственный экономический университет, 2017. – С. 270-276.

12. Агеев, О.В. Обоснование реологической модели фаршевой системы из рыбного сырья при производстве экструдированной продукции / О.В. Агеев // Вестник науки и образования Северо-Запада России. – 2025. – Т. 11, № 3. – С. 6-25.

13. Остриков, А.Н. Зерновые экструдированные палочки: свойства, моделирование и

технология / А.Н. Остриков, О.В. Абрамов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2006. – Т. 12, № 4-1. – С. 999-1006.

14. Разработка экструдированных комбикормов для пушных зверей / В.А. Афанасьев, А.Н. Остриков, В.Н. Василенко [и др.] // Кормопроизводство. – 2019. – № 5. – С. 42-46.

15. Тлебаев, М.Б. Разработка математической модели и компьютерное моделирование процесса экструзии в зоне дозирования / М.Б. Тлебаев, П.Н. Шевцов // Theoretical & Applied Science. – 2014. – № 5(13). – С. 9-23.

16. Сравнительный анализ выпускной головки экструдера с конфузором и прямоточной головки / А.С. Пчелкин, А.В. Шемякин, С.Н. Борычев [и др.] // Вестник Рязанского государственного агротехнологического университета им. П.А. Костычева. – 2024. – Т. 16, № 2. – С. 172-177.

17. Аксенова, О.И. Разработка способа производства экструдированных картофелепродуктов в экструдере с динамической матрицей / О.И. Аксенова, М.В. Копылов // Ползуновский вестник. – 2019. – № 1. – С. 3-10.

18. Исследование влияния экструдированного кормового продукта на продуктивность крупного рогатого скота / Д.В. Мартынова, В.П. Попов, В.Г. Коротков, С.В. Антимонов // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. – 2016. – № 6(62). – С. 88-90.

19. Шариков, А.Ю. Термопластическая экструзия в процессах пищевой биотехнологии / А.Ю. Шариков, В.И. Степанов, В.В. Иванов // Известия вузов. Прикладная химия и биотехнология. – 2019. – Т. 9, № 3(30). – С. 447-460.

20. Термопластическая экструзия в биотехнологии крахмалсодержащего сырья / А.Ю. Шариков, В.В. Иванов, М.В. Амелякина, Д.В. Поливановская // Пищевая промышленность. – 2021. – № 9. – С. 60-61.

21. Аналитическое определение температурных полей биополимеров в формующем канале экструдера при коэкструзии / В.Н. Василенко, Л.Н. Фролова, И.В. Драган, К.Ю. Русина // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. – 2014. – № 1(59). – С. 13-18.

22. Влияние влажности полизлаковой мучной смеси и частоты вращения шнека на эффективность технологического процесса экструдирования / А.А. Оспанов, А.К. Тимурбекова, Г.Б. Джумабекова, Н.Ж. Муслимов // Технологии пищевой и перерабатывающей промышленности АПК – продукты здорового питания. – 2016. – № 3(11). – С. 86-93.

23. Теоретическое обоснование энерго- и ресурсосберегающей конструкции шнекового пресс-экструдера для производства высококачественных кормовых продуктов / В.П. Попов, Д.В. Мартынова, С.В. Антимонов [и др.] // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. – 2017. – № 6(68). – С. 107-109.

24. Николаев, В.Н. Анализ процесса экструзии кормов и совершенствование экструдера / В.Н. Николаев, В.И. Яворский // Вестник Челябинской государственной агроинженерной академии. – 2015. – Т. 71. – С. 61-66.

25. Совершенствование процесса экструзии при формовании продукции из рыбного фарша / Е.Ф. Райкова, В.Г. Проселков, В.В. Коган, Р.И. Алянский // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. – 1994. – № 1-2(218-219). – С. 46-47.

26. Патент № 2662785 C2 Российская Федерация, МПК A23P 30/20. Система экструдера и способ: № 2015143840: заявл. 13.03.2014: опубл. 30.07.2018 / Н. Виллкокс, Б. Кин, К. Чисхолм, Д. Саттл.

27. Патент № 2787167 C1 Российская Федерация, МПК A23P 30/20. Энергосберегающий экструдер: № 2021138060: заявл. 20.12.2021: опубл. 29.12.2022 / В.М. Зимняков, Ю.В. Полывяный; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пензенский государственный аграрный университет».

28. Патент № 2807219 C1 Российская Федерация, МПК A23P 30/20. Энергоэффективный экструдер: № 2023114714: заявл. 05.06.2023: опубл. 13.11.2023 / А.А. Курочкин, Д.И. Фролов, М.А. Потапов; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пензенский государственный технологический университет».

29. Патент № 2699529 C1 Российская Федерация, МПК A23P 30/20. Способ экструдирования с подачей жидкотекучего компонента: № 2018142702: заявл. 03.12.2018: опубл. 05.09.2019 / И.Р. Шегельман, А.С. Васильев, Ю.В. Суханов; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Петрозаводский государственный университет».

30. Патент № 2704289 C1 Российская Федерация, МПК A23P 30/20. экструдер : № 2019100462: заявл. 09.01.2019: опубл. 25.10.2019 / А.М. Попов, Д.В. Доня, И.Б. Плотников [и др.]; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет» (КемГУ).

31. Патент № 2581223 C1 Российская Федерация, МПК A23P 30/20. Способ и устройство для приготовления экструдированных пищевых и кормовых продуктов: № 2015107862/13: заявл. 06.03.2015: опубл. 20.04.2016 / В.И. Степанов, В.В. Иванов, В.В. Пономарев [и др.]; заявитель Общество с ограниченной ответственностью «Центр пищевых экструзионных технологий» (ООО «Центр пищевых экструзионных технологий»).

32. Патент № 2643261 C2 Российская Федерация, МПК A21C 1/14, A23P 30/20. экструдер пресса для изготовления макаронных изделий улучшенного качества: № 2016126865: заявл. 04.07.2016: опубл. 31.01.2018 / Н.С. Кобелев, С.Г. Емельянов, А.А. Насонова [и др.]; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ).

33. Патент № 2723718 C1 Российская Федерация, МПК A23L 7/165, A23L 7/17, A23P 30/20. Технологическая линия для изготовления пищевого экструдированного продукта и способ производства пищевого экструдированного продукта: № 2019139497: заявл. 03.12.2019: опубл. 17.06.2020 / Н.В. Семенякин.

34. Патент № 2715394 C1 Российская Федерация, МПК B30B 11/24, A23P 30/20. Экструдер: № 2019119323: заявл. 19.06.2019: опубл. 27.02.2020 / Г.В. Алексеев, О.И. Аксенова, Л.В. Кончина; заявитель федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО» (Университет ИТМО).

35. Агеев, О.В. Научно-теоретические основы ресурсосберегающих процессов первичной обработки рыбы: монография / О.В. Агеев, Н.В. Самойлова. – Калининград: Калининградский государственный технический университет, 2025. – 147 с. – ISBN 978-5-94826-801-9.

REFERENCES

1. Kurochkin A.A., Potapov M.A. Jenergojeffektivnyj jekstruder dlja pererabotki pishhevogo syr'ja [Energy-efficient extruder for processing food raw materials]. Innovacionnaja tehnika i tehnologija. 2023. Vol. 10, No. 1, pp. 69-72.

2. Titova S.A., Kuranova L.K., Golubeva O.A. Razrabotka tehnologii kormovogo rybnogo kriofarsha [Development of technology for feed fish cryo-mince]. Vestnik MGTU. Trudy Murmanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2017. Vol. 20, No. 3, pp. 619-627.

3. Dzhingil'baev S.S., Yusupova L.B. Vlijanie geometricheskih parametrov shneka press-jekstrudera na process pererabotki semjan podsolnechnika [Influence of geometric parameters of the press-extruder screw on the sunflower seeds processing]. Mehanika i tehnologii. 2022. No. 3(77), pp. 38-43.

4. Lukin A.A., Shtrikker L.A. Osobennosti konstrukcii dvuhshnekovyh jekstruderov dlja pishhevoj promyshlennosti [Design features of twin-screw extruders for the food industry]. Izvestija Dagestanskogo GAU. 2024. No. 3(23), pp. 161-167.

5. Vasilenko V.N., Ostrikov A.N., Rjazhskih V.I. Matematicheskaja model' techenija dvuh vjazkoplasticheskih sred v formujushhem kanale jekstrudera pri kojekstruzii [Mathematical model of the flow of two viscoplastic media in the forming channel of an extruder during co-extrusion]. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernyh tehnologij. 2012. No. 2(52), pp. 64-67.

6. Ostrikov A.N., Ospanov A.A., Vasilenko V.N. [i dr.]. Matematicheskoe modelirovanie techenija rasplava mul'tizlakovogo syr'ja v processe kojekstruzii [Mathematical modeling of the melt flow of multigrain raw materials in the co-extrusion process]. Vestnik Almatinskogo tehnologicheskogo universiteta. 2024. No. 4, pp. 105-121.

7. Shabarin A.A., Kuz'min A.M. Postroenie matematicheskoj modeli ploshhoshhelovoj jekstruzionnoj golovki tipa «rybij hvost» [Construction of a mathematical model of a fishtail-type flat-slit extrusion die]. Izvestija Kabardino-Balkarskogo gosudarstvennogo universiteta. 2024. Vol. 14, No. 1, pp. 30-36.

8. Syromjatnikov I.A., Ivanova E.E., Chibich N.V. Sovershenstvovanie sposobov podgotovki rybnogo farsha dlja proizvodstva pishhekoncentratov [Improvement of methods for preparing fish mince for the production of food concentrates]. Vestnik KrasGAU. 2024. No. 2(203), pp. 222-228.

9. Goh K.M., Low S.S., Nyam K.L. The changes of chemical composition of microencapsulated roselle (*Hibiscus sabdariffa* L.) seed oil by co-extrusion during accelerated storage. International Journal of Food Science & Technology. 2021. Vol. 56, No. 12, pp. 6649-6655.

10. Vynckier A.K., Dierickx L., Remon J.P. [et al.]. Hot-melt co-extrusion: Requirements, challenges and opportunities for pharmaceutical applications. Journal of Pharmacy and Pharmacology. 2014. Vol. 66, No. 2, pp. 167-179.

11. Tihonova N.V. Razrabotka i issledovanie kachestva kojekstruzionnyh izdelij - trubochek s podvarkoj iz mikrokloinirovannoj zemljaniki sadovoj [Development and research of the quality of co-extruded products - tubes with filling from microcloned garden strawberry]. Aktual'nye problemy pishhevoj promyshlennosti i obshhestvennogo pitanija: Materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii, Ekaterinburg, 19 aprelja 2017 goda. Ekaterinburg: Ural'skij gosudarstvennyj jekonomicheskij universitet, 2017, pp. 270-276.

12. Ageev O.V. Obosnovanie reologicheskoj modeli farshevoj sistemy iz rybnogo syr'ja pri proizvodstve jekstrudirovannoj produkcii [Substantiation of the rheological model of a mince system from fish raw materials in the production of extruded products]. Vestnik nauki i obrazovanija Severo-Zapada Rossii. 2025. Vol. 11, No. 3, pp. 6-25.

13. Ostrikov A.N., Abramov O.V. Zernovye jekstrudirovannye palochki: svojstva, modelirovanie i tehnologija [Grain extruded sticks: properties, modeling and technology]. Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2006. Vol. 12, No. 4-1, pp. 999-1006.

14. Afanas'ev V.A., Ostrikov A.N., Vasilenko V.N. [i dr.]. Razrabotka jekstrudirovannyh kombikormov dlja pushnyh zverej [Development of extruded combined feeds for fur animals]. Kormoproizvodstvo. 2019. No. 5, pp. 42-46.

15. Tlebaev M.B., Shevcov P.N. Razrabotka matematicheskoj modeli i komp'juternoe modelirovanie processa jekstruzii v zone dozirovanija [Development of a mathematical model and computer simulation of the extrusion process in the metering zone]. Theoretical & Applied Science. 2014. No. 5(13), pp. 9-23.

16. Pchelkin A.S., ShemjakIN A.V., Borychev S.N. [i dr.]. Sravnitel'nyj analiz vypusknoj golovki jekstrudera s konfuzorom i prjamotochnoj golovki [Comparative analysis of an extruder die

with a confusor and a direct-flow die]. Vestnik Rjazanskogo gosudarstvennogo agrotehnologicheskogo universiteta im. P.A. Kostycheva. 2024. Vol. 16, No. 2, pp. 172-177.

17. Aksenova O.I., Kopylov M.V. Razrabotka sposoba proizvodstva jekstrudirovannyh kartofeleproduktov v jekstrudere s dinamicheskoj matricej [Development of a method for the production of extruded potato products in an extruder with a dynamic matrix]. Polzunovskij vestnik. 2019. No. 1, pp. 3-10.

18. Martynova D.V., Popov V.P., Korotkov V.G., Antimonov S.V. Issledovanie vlijanija jekstrudirovannogo kormovogo produkta na produktivnost' krupnogo rogatogo skota [Study of the effect of an extruded feed product on the productivity of cattle]. Izvestija Orenburgskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2016. No. 6(62), pp. 88-90.

19. Sharikov A.JU., Stepanov V.I., Ivanov V.V. Termoplasticheskaja jekstruzija v processah pishhevoj biotehnologii [Thermoplastic extrusion in food biotechnology processes]. Izvestija vuzov. Prikladnaja himija i biotehnologija. 2019. Vol. 9, No. 3(30), pp. 447-460.

20. Sharikov A.JU., Ivanov V.V., Ameljakina M.V., Polivanovskaja D.V. Termoplasticheskaja jekstruzija v biotehnologii krahmal'soderzhashhego syr'ja [Thermoplastic extrusion in biotechnology of starch-containing raw materials]. Pishhevaja promyshlennost'. 2021. No. 9, pp. 60-61.

21. Vasilenko V.N., Frolova L.N., Dragan I.V., Rusina K.JU. Analiticheskoe opredelenie temperaturnyh polej biopolimerov v formujushhem kanale jekstrudera pri kojekstruzii [Analytical determination of temperature fields of biopolymers in the forming channel of an extruder during co-extrusion]. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernyh tehnologij. 2014. No. 1(59), pp. 13-18.

22. Ospanov A.A., Timbekova A.K., Dzhumabekova G.B., Muslimov N.ZH. Vlijanie vlazhnosti polizlakovoj muchnoj smesi i chastoty vrashhenija shneka na jeffektivnost' tehnologicheskogo processa jekstrudirovanija [Influence of moisture content of multigrain flour mixture and screw rotation speed on the efficiency of the extrusion process]. Tehnologii pishhevoj i pererabatyvajushhej promyshlennosti APK — produkty zdorovogo pitanija. 2016. No. 3(11), pp. 86-93.

23. Popov V.P., Martynova D.V., Antimonov S.V. [i dr.]. Teoreticheskoe obosnovanie jenergo- i resursosberegajushhej konstrukcii shnekovogo press-jekstrudera dlja proizvodstva vysokokachestvennyh kormovyh produktov [Theoretical substantiation of the energy- and resource-saving design of a screw press-extruder for the production of high-quality feed products]. Izvestija Orenburgskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2017. No. 6(68), pp. 107-109.

24. Nikolaev V.N., JAvorskij V.I. Analiz processa jekstruzii kormov i sovershenstvovanie jekstrudera [Analysis of the feed extrusion process and improvement of the extruder]. Vestnik Cheljabinskoj gosudarstvennoj agroinzhenernoj akademii. 2015. Vol. 71, pp. 61-66.

25. Rajkova E.F., Proselkov V.G., Kogan V.V., Aljanskij R.I. Sovershenstvovanie processa jekstruzii pri formovanii produkcii iz rybnogo farsha [Improvement of the extrusion process in the formation of products from fish mince]. Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Pishhevaja tehnologija. 1994. No. 1-2(218-219), pp. 46-47.

26. Patent № 2662785 C2 Rossijskaja Federacija, MPK A23P 30/20. Sistema jekstrudera i sposob [Extruder system and method]: № 2015143840: zajavl. 13.03.2014: opubl. 30.07.2018 / N. Villkoks, B. Kin, K. Chisholm, D. Sattl.

27. Patent № 2787167 C1 Rossijskaja Federacija, MPK A23P 30/20. Jenergosberegajushhij jekstruder [Energy-saving extruder]: № 2021138060: zajavl. 20.12.2021: opubl. 29.12.2022 / V.M. Zimnjakov, JU.V. PolYVjanyj; zajavitel' Federal'noe gosudarstvennoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovanija «Penzenskij gosudarstvennyj agrarnyj universitet».

28. Patent № 2807219 C1 Rossijskaja Federacija, MPK A23P 30/20. Jenergojeffektivnyj jekstruder [Energy-efficient extruder]: № 2023114714: zajavl. 05.06.2023: opubl. 13.11.2023 / A.A. Kurochkin, D.I. Frolov, M.A. Potapov; zajavitel' Federal'noe gosudarstvennoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovanija «Penzenskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet».

29. Patent № 2699529 C1 Rossijskaja Federacija, MPK A23P 30/20. Sposob jekstrudirovanija s podachej zhidkotekuchego komponenta [Extrusion method with supply of a fluid component]: № 2018142702: zajavl. 03.12.2018: opubl. 05.09.2019 / I.R. Shegel'man, A.S. Vasil'ev, JU.V. Sukhanov; zajavitel' Federal'noe gosudarstvennoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovanija «Petrozavodskij gosudarstvennyj universitet».

30. Patent № 2704289 C1 Rossijskaja Federacija, MPK A23P 30/20. Jekstruder [Extruder]: № 2019100462: zajavl. 09.01.2019: opubl. 25.10.2019 / A.M. Popov, D.V. Donja, I.B. Plotnikov [i dr.]; zajavitel' Federal'noe gosudarstvennoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovanija «Kemerovskij gosudarstvennyj universitet» (KemGU).

31. Patent № 2581223 C1 Rossijskaja Federacija, MPK A23P 30/20. Sposob i ustrojstvo dlja prigotovlenija jekstrudirovannyh pishhevyh i kormovyh produktov [Method and device for the preparation of extruded food and feed products]: № 2015107862/13: zajavl. 06.03.2015: opubl. 20.04.2016 / V.I. Stepanov, V.V. Ivanov, V.V. Ponomarev [i dr.]; zajavitel' Obshhestvo s ogranichennoj otvetstvennost'ju «Centr pishhevyh jekstruzionnyh tehnologij» (OOO «Centr pishhevyh jekstruzionnyh tehnologij»).

32. Patent № 2643261 C2 Rossijskaja Federacija, MPK A21C 1/14, A23P 30/20. Jekstruder pressa dlja izgotovlenija makaronnyh izdelij uluchshennogo kachestva [Extruder press for the production of improved quality pasta]: № 2016126865: zajavl. 04.07.2016: opubl. 31.01.2018 / N.S. Kobelev, S.G. Emel'janov, A.A. Nasonova [i dr.]; zajavitel' Federal'noe gosudarstvennoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovanija «Jugo-Zapadnyj gosudarstvennyj universitet» (JUZGU).

33. Patent № 2723718 C1 Rossijskaja Federacija, MPK A23L 7/165, A23L 7/17, A23P 30/20. Tekhnologicheskaja linija dlja izgotovlenija pishhevogo jekstrudirovannogo produkta i sposob proizvodstva pishhevogo jekstrudirovannogo produkta [Technological line for the production of a food extruded product and a method for producing a food extruded product]: № 2019139497: zajavl. 03.12.2019: opubl. 17.06.2020 / N.V. Semenjakin.

34. Patent № 2715394 C1 Rossijskaja Federacija, MPK B30B 11/24, A23P 30/20. Jekstruder [Extruder]: № 2019119323: zajavl. 19.06.2019: opubl. 27.02.2020 / G.V. Alekseev, O.I. Aksenova, L.V. Konchina; zajavitel' federal'noe gosudarstvennoe avtonomnoe obrazovatel'noe uchrezhdenie vysshego obrazovanija «Nacional'nyj issledovatel'skij universitet ITMO» (Universitet ITMO).

35. Ageev O.V., Samojlova N.V. Nauchno-teoreticheskie osnovy resursosberegayushchikh protsessov pervichnoj obrabotki ryby [Scientific and theoretical principles of resource-saving primary fish processing]. Kaliningrad: Kaliningrad State Technical University, 2025. 147 p. ISBN 978-5-94826-801-9.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ	INFORMATION ABOUT THE AUTHOR
Агеев Олег Вячеславович – доктор технических наук, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т, 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)	*Ageev Oleg Viatcheslavovich* – Dr. Sci. (Eng.), Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)

Статья поступила в редакцию 30.10.2025; одобрена после рецензирования 14.11.2025, принята к публикации 20.11.2025.
The article was submitted 30.10.2025; approved after reviewing 14.11.2025; accepted for publication 20.11.2025.