Научная статья
УДК 664.9.022:664.8.022.6

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РОТОРНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ В ВИДЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ И АРХИМЕДОВОЙ СПИРАЛЕЙ ПРИ РЕЗАНИИ ПИЩЕВЫХ МАТЕРИАЛОВ

О.В. Агеев[1,*]

[1] Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия
[*] E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Аннотация. Показана актуальность развития теоретических основ процесса резания вязкоупругих пищевых материалов. Установлено, что при нарезке пищевых продуктов предпочтительным является наклонное движение кромки ножа относительно поверхности материала, которое всегда реализуется при плосковращательном рабочем движении режущего инструмента. По этой причине чаще всего кромки лезвий выполнены в виде логарифмической и архимедовой спиралей. Однако отсутствуют математические описания, позволяющие проанализировать и сравнить эффективность различных роторных рабочих органов. Целью работы является построение моделей, позволяющих рассчитать параметры резания при плосковращательном движении спиральных ножей. Получены формулы для вычисления угла скольжения и фактического угла резания спиральных лезвий в зависимости от конструктивного угла заточки и полярного угла ротора. Расчеты показывают, что у ножа в виде архимедовой спирали угол скольжения и фактический угол резания улучшаются по мере поворота ротора из начального положения к концу резания. В то же время, у лезвия, режущая кромка которого очерчена в виде логарифмической спирали, угол скольжения и фактический угол резания с изменением полярного угла являются постоянными величинами. Следовательно, при использовании ножа в форме логарифмической спирали за счет задания конструктивной постоянной *c* могут обеспечиваться более выгодные угол скольжения и фактический угол резания при любом угле поворота ротора. Сделан вывод, что роторный режущий орган с рабочей кромкой в виде логарифмической спирали в процессе нарезки пищевого материала более эффективен по сравнению с инструментом, форма которого очерчена в виде архимедовой спирали. Определено, что криволинейные роторные ножи являются более эффективными по сравнению с роторным режущим органом, снабженным прямолинейной рабочей кромкой. У лезвия в виде логарифмической спирали при конструктивном угле заточки 30 градусов и значениях конструктивной постоянной *c* 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1 фактический угол резания элементарного ножа составляет 14,48; 11,10; 9,42; 6,46; 3,29 градусов, соответственно. У инструмента в виде архимедовой спирали при конструктивном угле заточки 30 градусов и полярных углах 60; 120; 180; 240; 360 градусов фактический угол резания составляет 21,74; 13,97; 9,93; 7,64; 5,18 градусов, соответственно. Установленные зависимости угла скольжения и фактического угла резания от конструктивных параметров и полярного угла поворота роторных лезвий с различной формой кромки могут быть использованы при проектировании режущих приспособлений пищевых машин.

Ключевые слова: *пищевой материал; ротационное резание; роторный нож; лезвие; ротор; угол скольжения; угол резания; угол заточки; архимедова спираль; логарифмическая спираль; полярный угол.*

Для цитирования: Агеев О.В. Анализ эффективности роторных инструментов в виде логарифмической и архимедовой спиралей при резании пищевых материалов // *Вестник науки и образования Северо-Запада России*. 2025. Т. 11. № 2. С. 17–30.

© Агеев О.В. 2025

Original article

ANALYSIS OF ROTARY TOOLS EFFICIENCY IN THE FORM OF LOGARITHMIC AND ARCHIMEDEAN SPIRALS DURING FOOD MATERIALS CUTTING

O.V. Ageev[1,*]

[1] Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia
[*] E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Abstract. The relevance of the development of the theory of viscoelastic food materials cutting is shown. During food products cutting, the knife edge inclined movement relative to the surface of the material is preferable, which with a flat-rotating working motion of the cutting tool is always realized. For this reason, most often the edges of the blades in the form of a logarithmic and archimedean spiral are made. However, mathematical descriptions that allow analyzing and comparing the efficiency of various rotary working bodies are missing. The purpose of the paper is models development for calculating the cutting parameters during flat-rotating motion of spiral knives. Formulas for calculating the sliding angle and the effective cutting angle of spiral blades depending on the constructive sharpening angle and the polar angle of the rotor are obtained. For a knife in the form of an archimedean spiral, the sliding angle and the effective cutting angle are improved when turning the rotor from the initial position to the end of cutting, which was shown by calculations. At the same time, for a blade with a cutting edge outlined in the form of a logarithmic spiral, the sliding angle and the effective cutting angle with a change in the polar angle are constant values. Consequently, when using a knife in the form of a logarithmic spiral, more advantageous sliding angle and effective cutting angle can be ensured at any angle of rotation of the rotor due to the setting of the design constant. A rotary cutting element with a working edge in the form of a logarithmic spiral is more effective in the process of food material cutting compared to a tool with the shape outlined in the form of an archimedean spiral. Curved rotary knives are more effective compared to a rotary cutting element equipped with a linear working edge. For a blade in the form of a logarithmic spiral with a constructive sharpening angle of 30 degrees and the values of the constructive constant of 0.5; 0.4; 0.3; 0.2; 0.1 the effective cutting angle of the elementary knife is 14.48; 11.10; 9.42; 6.46; 3.29 degrees, respectively. For a tool in the form of an archimedean spiral with a constructive sharpening angle of 30 degrees and polar angles of 60; 120; 180; 240; 360 degrees, the effective cutting angle is 21.74; 13.97; 9.93; 7.64; 5.18 degrees, respectively. The established dependencies of the sliding angle and the effective cutting angle on the design parameters and the polar angle of rotation of rotary blades with different edge shapes can be used when designing cutting devices for food machines.

Keywords: *food material; rotary cutting; rotary knife; blade; rotor; sliding angle; cutting angle; sharpening angle; archimedean spiral; logarithmic spiral; polar angle.*

For citation: Ageev O.V. Analysis of rotary tools efficiency in the form of logarithmic and archimedean spirals during food materials cutting. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2025. Vol. 11, No. 2, pp. 17–30.

Введение

Резание вязкоупругих и пластичных материалов является одним из наиболее широко распространенных технологических процессов в пищевых системах. Производительность и экономичность указанного процесса определяется технической оснащенностью, наличием эффективного оборудования и инструмента, а также необходимой степенью автоматизации. В настоящее время наибольшее распространение имеют технологические машины и аппараты, в которых резание и измельчение осуществляются за счет механического воздействия лезвия на пищевой материал. При этом процесс характеризуется как механическое разделение продукта на части, сопровождающееся под влиянием

напряженного состояния местным разрушением волокон материала в требуемом направлении. Следует отметить, что напряженное состояние волокон достигается посредством сосредоточения (концентрации) силовых факторов в зоне лезвия при взаимодействии между режущей кромкой ножа и продуктом. При реализации данного технологического процесса на производительность, точность и качество линии резания существенным образом влияют геометрические параметры режущего органа.

Заметим, что в последние годы интенсивно развивается новый раздел пищевых систем – теория резания вязкоупругих и пластичных материалов [1-3]. Это вызвано важными практическими приложениями в задачах проектирования новой техники и машинных технологий переработки пищевого сырья. Изучение механики и физики разрушения вышеуказанных материалов, а также выбор эффективных режущих органов представляет собой сложную научную проблему и развивается по нескольким направлениям, каждое из которых имеет свою специфику и характерные особенности - как с точки зрения теоретического описания, так и экспериментальных наблюдений [4-6]. Механико-математические описания, формируемые в рамках теории резания пищевых материалов, являются основой для постановки и решения задач аналитической оптимизации геометрии рабочих органов технологических машин [7].

Исследованию процессов механической обработки пищевых материалов на базе прогрессивных средств технологического оснащения посвящен обширный ряд работ в России и за рубежом. D.A.S. Lima, M.M.F. Santos, A.M.B.L. Sousa с соавторами [8, 9] исследовали процесс резания замороженных блоков рыбы на ленточнопильной технологической машине и анализировали показатели качества готового продукта. H. Azarmdel, S.S. Mohtasebi, A. Jafari и соавторы [10] разработали компьютерную систему для ресурсосберегающей обработки тушек форели. Исследователи W. Kapłonek, K. Nadolny, B. Zieliński с соавторами [11] анализировали процессы износа и восстановления поверхности лезвийных инструментов, используемых в машинах для филетирования камбаловых рыб.

E. Bar, J.R. Mathiassen, A. Eilertsen и соавторы [12] предложили концептуальный подход к автоматизированной обработке филе лосося режущими органами, смонтированными на выходном звене промышленного робота-манипулятора. В обзорной работе W. Xu, Y. He, J. Li и соавторов [13] проанализировано современное состояние автоматизации и роботизации механической обработки мясного сырья на поточных линиях. Исследователи X. Zhang, Z. Gong, X. Liang с соавторами [14] использовали лазерную сканирующую систему и разработали программное обеспечение при проектировании машины для обезглавливания рыбы. Работа S. Song, Z. Liu, M. Huang и коллег [15] направлена на повышение эффективности производства порционированного рыбного филе за счет выявления костных включений методом гиперспектральной рамановской визуализации. Отдельное направление представляет работа M.B. Kasperowicz, G.P. Chomka, T. Bil [16], посвященная ресурсосберегающему резанию рыбного филе радужной форели высокоэнергетической струей воды.

Вышеприведенный литературный обзор показывает, что при резании пищевых продуктов предпочтительным является наклонное движение режущей кромки относительно поверхности материала. При этом обеспечиваются меньшее смятие продукта, сокращение потерь сока и пористости, а также лучшее сохранение вкусовых и товарных качеств. Это обусловливается действием ряда факторов, среди которых следует выделить следующие: трансформация угла заточки лезвия [17]; перенос части силы трения материала о грани ножа с нормального к лезвию направления на касательное [7]; пилящее воздействие микрозубьев лезвия на продукт. Указанные положительные эффекты реализуются при плосковращательном рабочем движении режущего инструмента относительно материала, суть ротационном резании. При криволинейной форме кромки роторного режущего органа всегда обеспечивается режим наклонного резания. В связи с этим, в технологических

машинах для нарезки пищевых продуктов получили распространение фигурные лезвия, режущая кромка которых очерчена в виде плоских кривых линий.

Следует отметить, что при выборе геометрии и расчете конструктивного профиля роторного ножа принимаются во внимание следующие решающие параметры процесса ротационного резания: угол скольжения элементарного ножа τ и фактический угол резания элементарного ножа $\alpha_ф$. С точки зрения обеспечения качества резания необходимо, чтобы при повороте рабочего органа на некоторый полярный угол θ относительно оси вращения угол скольжения увеличивался, а фактический угол резания снижался. Это связано с тем, что от величины данных углов непосредственно зависят силы сопротивлений, действующие со стороны материала на инструмент. С учетом данного обстоятельства, в режущих машинах и аппаратах находят широкое применение роторные лезвия, кромка которых очерчена в виде эксцентрической окружности, а также в виде логарифмической и архимедовой спиралей. Отметим, что значительно реже встречаются роторные инструменты с фигурной рабочей кромкой в виде эллипса, параболы, гиперболической спирали, развертки окружности, инверсии развертки окружности, кривой с постоянным углом защемления и другие. Наименьшей эффективностью обладает роторное лезвие с кромкой в виде прямой линии.

Заметим, что параметры ротационного резания пищевого материала рабочим органом в форме эксцентрика исследованы в диссертации Самойловой Н.В. [18]. С учетом технологичности изготовления такого ножа в форме диска [19] обоснована целесообразность его применения в порционирующем оборудовании. Распространенными являются два различных мнения, что наилучшей формой роторного режущего органа является соответственно логарифмическая или архимедова спираль. Однако до настоящего времени в научной литературе отсутствуют математические описания, позволяющие аналитически определить параметры ротационного резания пищевых материалов фигурными лезвиями в виде логарифмической и архимедовой спиралей, имеющими большое значение при проектировании пищевых машин. Несмотря на значительное количество выпускаемых моделей продукторезательных машин с рабочими органами криволинейной формы, это говорит о том, что применяемая на практике геометрия инструментов не всегда является наилучшей и научно обоснованной. Имеется настоятельная необходимость проанализировать эффективность роторных рабочих органов, кромка которых очерчена в виде вышеперечисленных плоских кривых.

В связи с этим, целью настоящей статьи является разработка моделей, позволяющих рассчитать угол скольжения и фактический угол резания при плосковращательном движении указанных роторных рабочих органов, что позволит оценить эффективность и обоснованно определять геометрию режущих инструментов технологического оборудования. Кроме того, знание зависимостей указанных параметров от угла поворота роторного ножа также позволит конструктору выбрать местоположение нарезаемого продукта (продуктового окна) в проектируемом устройстве так, чтобы оно наилучшим образом отвечало требованиям технологии в отношении оптимальных для заданного продукта режимов резания.

Математическое моделирование параметров резания роторным рабочим органом с режущей кромкой в виде плоской кривой

Рассмотрим процесс ротационного резания пищевого материала ножом, кромка которого очерчена в виде плоской кривой (рисунок 1). Поместим ось вращения рабочего органа в точку *O*, которая одновременно является центром полярной системы координат. Очевидно, что вследствие кривизны лезвия в каждой его точке угол заточки элементарного ножа будет трансформирован: $\alpha_ф < \alpha$, где $\alpha_ф$ - фактический угол резания; α - конструктивный угол заточки ножа. Пусть плоская кривая представляет собой логарифмическую спираль, уравнение которой в полярных координатах записывается следующим образом:

$$r = r_0 \cdot e^{c \cdot \theta}, \tag{1}$$

где r - радиус-вектор; θ - полярный угол; r_0, c - постоянные величины, значения которых выбираются по конструктивным соображениям.

Как видно из рисунка 1, угол скольжения τ элементарного ножа в произвольной точке режущей кромки – это угол, который составляет касательный вектор к спирали с радиус-вектором. Кроме того, в теории резания рассматривается угол защемления χ – угол между касательным вектором и полярной осью: $\chi = \tau + \theta$. Декартовы координаты точки E на режущей кромке есть

$$x = r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \cos\theta; \tag{2}$$

$$y = r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \sin\theta. \tag{3}$$

Производные декартовых координат точки E по полярному углу имеют вид:

$$\frac{dx}{d\theta} = c \cdot r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \cos\theta - r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \sin\theta; \tag{4}$$

$$\frac{dy}{d\theta} = c \cdot r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \sin\theta + r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \cos\theta. \tag{5}$$

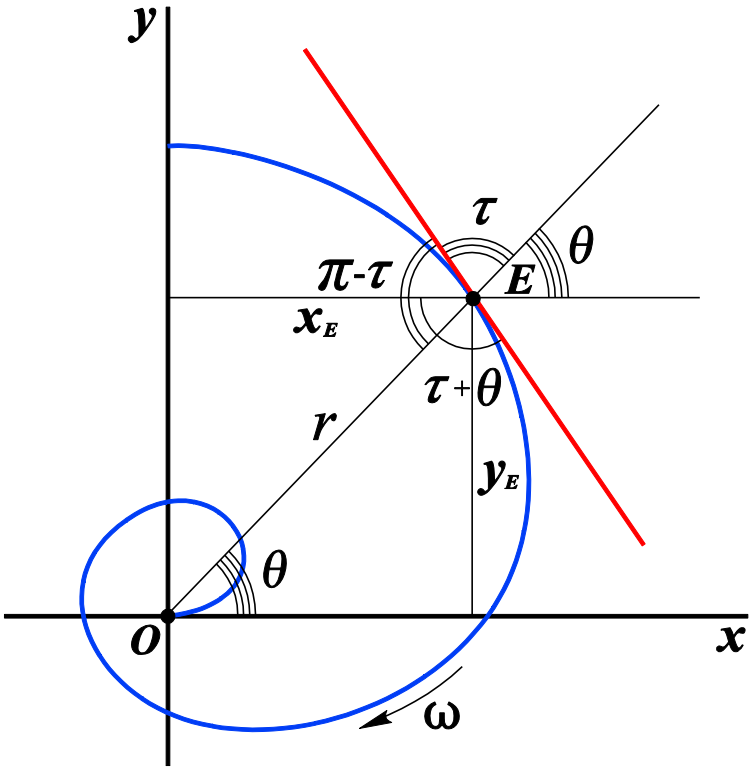


Рисунок 1 – Схема резания материала роторным ножом с фигурной кромкой в виде плоской спирали

Из выражений (4) и (5) находим:

ISSN 2413–9858

$$\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 = r_0^2 \cdot e^{2 \cdot c \cdot \theta} \cdot \left(c^2 \cdot \cos^2\theta - 2 \cdot c \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \sin^2\theta\right); \quad (6)$$

$$\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2 = r_0^2 \cdot e^{2 \cdot c \cdot \theta} \cdot \left(c^2 \cdot \sin^2\theta + 2 \cdot c \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \cos^2\theta\right). \quad (7)$$

С учетом (6) и (7) получим:

$$\frac{dr}{d\theta} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} = \sqrt{r_0^2 \cdot e^{2 \cdot c \cdot \theta} \cdot (c^2 + 1)} = r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \sqrt{(c^2 + 1)}\,. \quad (8)$$

Для единичного касательного вектора к логарифмической спирали справедливо:

$$\cos(\tau + \theta) = \frac{dx/d\theta}{dr/d\theta} = \frac{c \cdot r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \cos\theta - r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \sin\theta}{r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \sqrt{(c^2 + 1)}} = \frac{c \cdot \cos\theta - \sin\theta}{\sqrt{(c^2 + 1)}}; \quad (9)$$

$$\sin(\tau + \theta) = \frac{dy/d\theta}{dr/d\theta} = \frac{c \cdot r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \sin\theta + r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \cos\theta}{r_0 \cdot e^{c \cdot \theta} \cdot \sqrt{(c^2 + 1)}} = \frac{c \cdot \sin\theta + \cos\theta}{\sqrt{(c^2 + 1)}}. \quad (10)$$

Одновременно справедливы выражения:

$$\cos(\tau + \theta) = \cos\tau \cdot \cos\theta - \sin\tau \cdot \sin\theta; \quad (11)$$

$$\sin(\tau + \theta) = \sin\tau \cdot \cos\theta + \cos\tau \cdot \sin\theta. \quad (12)$$

Тогда из формул (9)-(12) получим:

$$\frac{c \cdot \cos\theta - \sin\theta}{\sqrt{(c^2 + 1)}} = \cos\tau \cdot \cos\theta - \sin\tau \cdot \sin\theta; \quad (13)$$

$$\frac{c \cdot \sin\theta + \cos\theta}{\sqrt{(c^2 + 1)}} = \sin\tau \cdot \cos\theta + \cos\tau \cdot \sin\theta. \quad (14)$$

Из выражений (13) и (14) следует:

$$\cos\tau = \frac{c}{\sqrt{(c^2 + 1)}};\ \sin\tau = \frac{1}{\sqrt{(c^2 + 1)}}, \quad (15)$$

откуда имеем:

$$ctg\tau = \frac{c \cdot \sqrt{(c^2 + 1)}}{\sqrt{(c^2 + 1)}} = c\,. \quad (16)$$

Выражение для тангенса фактического угла резания элементарного ножа имеет следующий вид [18, 20]:

$$tg\alpha_{\phi} = tg\alpha \cdot \cos\tau\,. \tag{17}$$

С учетом формул (15) и (16) получим:

$$\alpha_{\phi} = arctg\left(tg\alpha \cdot \frac{c}{\sqrt{(c^2+1)}}\right) = arctg\left(tg\alpha \cdot \frac{ctg\tau}{\sqrt{(ctg^2\tau+1)}}\right) = arctg\left(\frac{tg\alpha}{\sqrt{(tg^2\tau+1)}}\right). \tag{18}$$

Анализ выражений (16) и (18) показывает, что при ротационном резании лезвием, режущая кромка которого очерчена в виде логарифмической спирали, угол скольжения и фактический угол резания с изменением полярного угла являются постоянными величинами.

Далее рассмотрим лезвие, режущая кромка которого очерчена в виде архимедовой спирали. Уравнение данной плоской кривой в полярных координатах записывается следующим образом:

$$r = c_0 \cdot \theta\,, \tag{19}$$

где r - радиус-вектор; θ - полярный угол ротора; c_0 - постоянная величина, значение которой выбирается по конструктивным соображениям.

Декартовы координаты точки E на режущей кромке есть

$$x = c_0 \cdot \theta \cdot \cos\theta\,; \tag{20}$$

$$y = c_0 \cdot \theta \cdot \sin\theta\,. \tag{21}$$

Производные декартовых координат точки E по полярному углу имеют вид:

$$\frac{dx}{d\theta} = c_0 \cdot \cos\theta - c_0 \cdot \theta \cdot \sin\theta\,; \tag{22}$$

$$\frac{dy}{d\theta} = c_0 \cdot \sin\theta + c_0 \cdot \theta \cdot \cos\theta\,. \tag{23}$$

Из выражений (22) и (23) получим:

$$\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 = c_0^2 \cdot \left(\cos^2\theta - 2 \cdot \theta \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \theta^2 \cdot \sin^2\theta\right); \tag{24}$$

$$\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2 = c_0^2 \cdot \left(\sin^2\theta + 2 \cdot \theta \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \theta^2 \cdot \cos^2\theta\right). \tag{25}$$

С учетом (24) и (25) получим:

$$\frac{dr}{d\theta} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} = \sqrt{c_0^2 \cdot (\theta^2+1)} = c_0 \cdot \sqrt{(\theta^2+1)}\,. \tag{26}$$

Для единичного касательного вектора к архимедовой спирали справедливо:

ISSN 2413–9858

$$\cos(\tau+\theta)=\frac{dx/d\theta}{dr/d\theta}=\frac{c_0\cdot\cos\theta-c_0\cdot\theta\cdot\sin\theta}{c_0\cdot\sqrt{(\theta^2+1)}}=\frac{\cos\theta-\theta\cdot\sin\theta}{\sqrt{(\theta^2+1)}};\quad(27)$$

$$\sin(\tau+\theta)=\frac{dy/d\theta}{dr/d\theta}=\frac{c_0\cdot\sin\theta+c_0\cdot\theta\cdot\cos\theta}{c_0\cdot\sqrt{(\theta^2+1)}}=\frac{\sin\theta+\theta\cdot\cos\theta}{\sqrt{(\theta^2+1)}}.\quad(28)$$

Тогда с учетом формул (9), (10) и (27), (28) получим:

$$\frac{\cos\theta-\theta\cdot\sin\theta}{\sqrt{(\theta^2+1)}}=\cos\tau\cdot\cos\theta-\sin\tau\cdot\sin\theta;\quad(29)$$

$$\frac{\sin\theta+\theta\cdot\cos\theta}{\sqrt{(\theta^2+1)}}=\sin\tau\cdot\cos\theta+\cos\tau\cdot\sin\theta.\quad(30)$$

Из выражений (29) и (30) следует:

$$\cos\tau=\frac{1}{\sqrt{(\theta^2+1)}};\ \sin\tau=\frac{\theta}{\sqrt{(\theta^2+1)}},\quad(31)$$

откуда имеем:

$$tg\tau=\frac{\theta\cdot\sqrt{(\theta^2+1)}}{\sqrt{(\theta^2+1)}}=\theta;\ \tau=arctg(\theta).\quad(32)$$

С учетом формул (17) и (31) получим:

$$\alpha_\phi=arctg\left(\frac{tg\alpha}{\sqrt{(\theta^2+1)}}\right).\quad(33)$$

Результаты расчетов параметров резания роторным рабочим органом с режущей кромкой в виде плоской кривой

Выражение (17) позволяет изучить зависимости фактического угла резания α_ϕ ножа, кромка которого выполнена в виде логарифмической спирали, от конструктивного угла заточки α и постоянной величины c. На рисунке 2 приведен контурный график, иллюстрирующий данные зависимости для указанного вида лезвия.

Рисунок 2 иллюстрирует, что при постоянном конструктивном угле заточки α роторного ножа со снижением конструктивной постоянной величины c фактический угол резания α_ϕ элементарного ножа монотонно и нелинейно сокращается. Таким образом, для повышения эффективности процесса ротационного резания при проектировании профиля лезвия целесообразно выбирать малые значения постоянной: $c<1$.

Отметим, что при значении постоянной $c=ctg\tau=1$ форма кромки рабочего органа описывается выражением $r=r_0\cdot e^{\theta}$, а угол скольжения элементарного ножа составляет $\tau=45°$. В этом случае фактический угол резания определяется следующим образом:

ISSN 2413–9858

$\alpha_ф = arctg\left(\frac{tg\alpha}{\sqrt{2}}\right)$. Например, с конструктивным углом заточки лезвия $\alpha = 30°$ фактический угол резания элементарного ножа при повороте ротора на любой полярный угол составляет $\alpha_ф = arctg\left(\frac{tg30°}{\sqrt{2}}\right) = 22{,}21°$. Согласно рисунку 2, при конструктивном угле заточки $\alpha = 30°$ и значениях постоянной c 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1 фактический угол резания $\alpha_ф$ элементарного ножа составляет: 14,48º; 11,10º; 9,42º; 6,46º; 3,29º, соответственно.

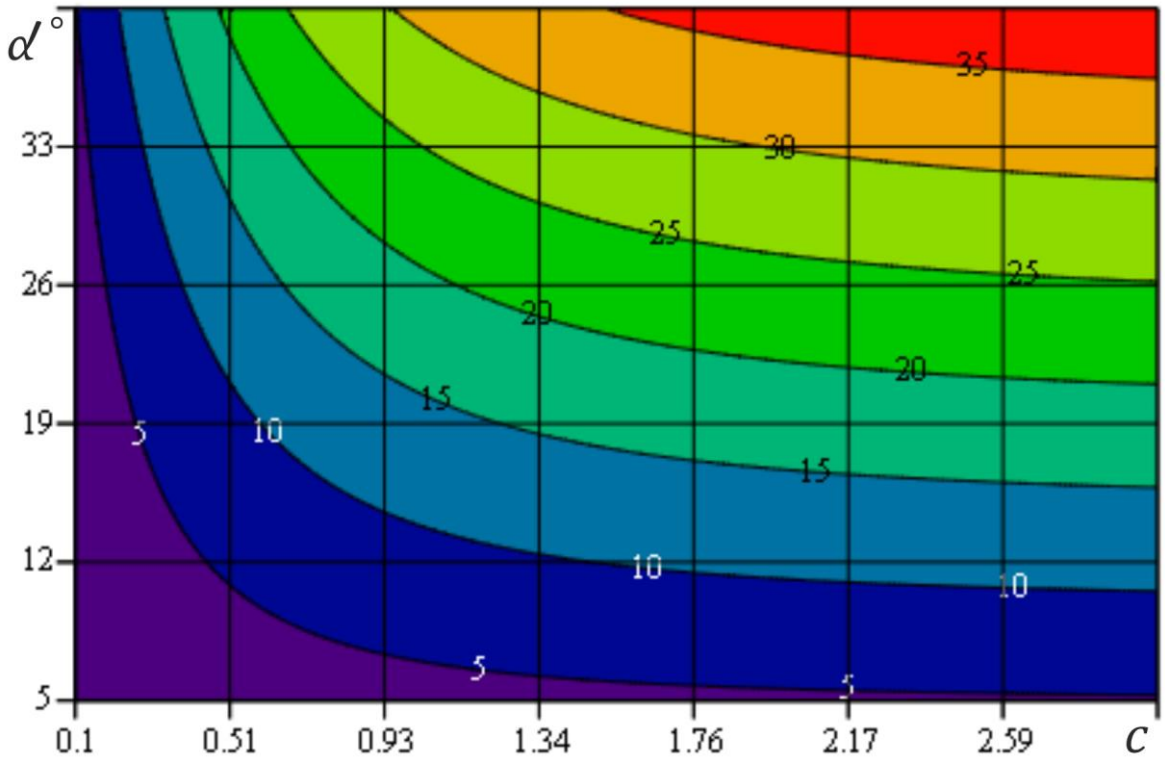


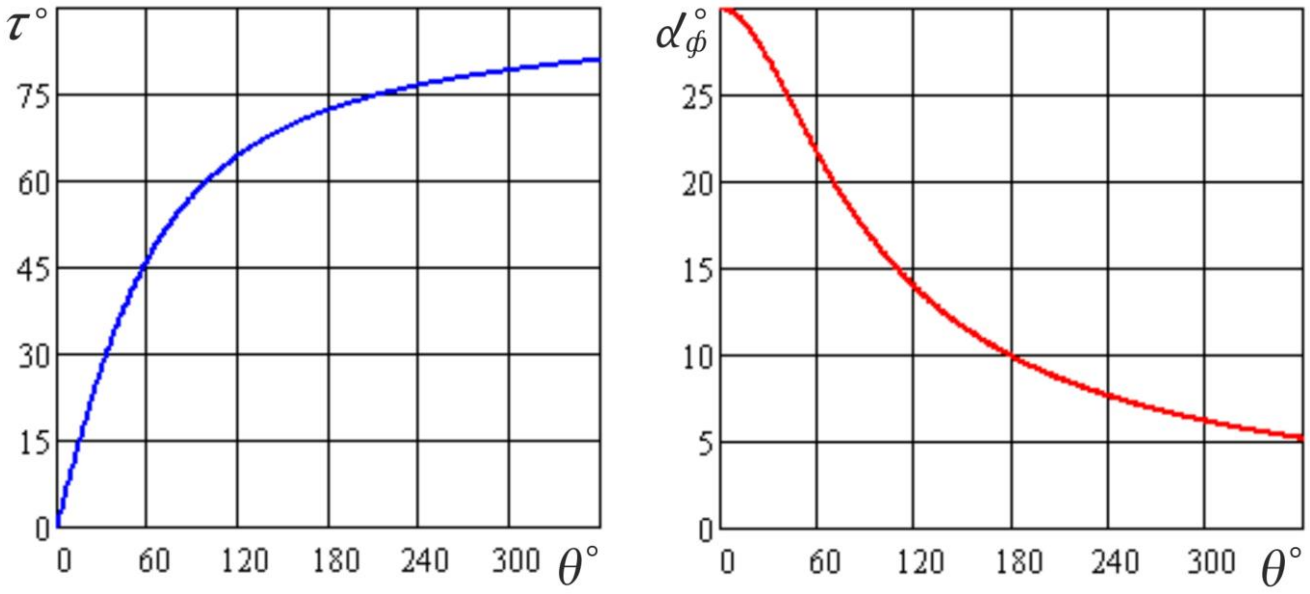
Рисунок 2 - Зависимости фактического угла резания $\alpha_ф$ роторного ножа в виде логарифмической спирали от конструктивного угла заточки α и постоянной c

Наряду с вышеизложенным, на основе выражения (32) представляется возможным определить зависимость угла скольжения τ ножа, режущая кромка которого выполнена в виде архимедовой спирали, от полярного угла θ. Полученная формула (33) также позволяет установить зависимость фактического угла резания $\alpha_ф$ элементарного ножа от полярного угла θ. Результаты моделирования показаны на рисунке 3.

На рисунке 3,*а* для роторного ножа в виде архимедовой спирали приведены результаты расчетов угла скольжения в зависимости от полярного угла. На рисунке 3,*б* представлены результаты расчетов фактического угла резания указанного рабочего органа в зависимости от полярного угла.

Рисунок 3,*а* демонстрирует, что угол скольжения роторного ножа с увеличением полярного угла θ в диапазоне от 0 до 360º монотонно и нелинейно возрастает. Рисунок 3,*б* показывает, что фактический угол резания в том же диапазоне полярных углов монотонно и нелинейно снижается от исходной величины конструктивного угла заточки α. Согласно рисунку 3,*б*, при конструктивном угле заточки $\alpha = 30°$ фактический угол резания $\alpha_ф$ элементарного ножа с поворотом ротора на полярные углы 60º; 120º; 180º; 240º; 360º составляет: 21,74º; 13,97º; 9,93º; 7,64º; 5,18º, соответственно. Таким образом, при указанных

параметрах фактической угол резания сокращается практически в пять с половиной раз, что положительно влияет на эффективность ротационного резания пищевого материала.



а *б*

Рисунок 3 - Зависимости углов резания роторного ножа в виде архимедовой спирали от полярного угла ротора ($\alpha = 30°$).

а – зависимость угла скольжения τ элементарного ножа от полярного угла ротора;

б – зависимость фактического угла резания $\alpha_ф$ элементарного ножа от полярного угла ротора.

Несложные преобразования показывают, что у роторного ножа, кромка которого выполнена в виде прямой линии, с увеличением полярного угла и прохождением продуктового окна фактический угол резания возрастает от малого значения до величины конструктивного угла заточки, а угол скольжения, наоборот, к концу резания сокращается до нуля:

$$\alpha_ф = arctg\left(\frac{tg\alpha}{\sqrt{(ctg^2\theta + 1)}}\right); \quad (34)$$

$$\tau = arctg(ctg\theta). \quad (35)$$

Данное обстоятельство дополнительно иллюстрирует, что использование криволинейных роторных лезвий предпочтительнее применения режущих инструментов с прямолинейной рабочей кромкой.

Заключение

Полученные математические модели и рассчитанные значения параметров процесса резания показывают, что у роторного ножа в виде архимедовой спирали угол скольжения и фактический угол резания улучшаются по мере поворота ротора из начального положения к концу резания. В то же время, при использовании лезвия в форме логарифмической спирали за счет задания конструктивной постоянной $c = ctg\tau$ могут обеспечиваться выгодные большой угол скольжения и малый фактический угол резания при любом угле поворота ротора, особенно при $c < 1$. Это позволяет считать, что роторный режущий орган с рабочей

кромкой в виде логарифмической спирали в процессе резания пищевого материала более эффективен по сравнению с инструментом, форма которого очерчена в виде архимедовой спирали, особенно при малых полярных углах ротора. Кроме того, оба рассмотренных криволинейных роторных ножа являются существенно более эффективными по сравнению с режущим органом, снабженным прямолинейной рабочей кромкой.

Установленные зависимости угла скольжения и фактического угла резания от конструктивных параметров и полярного угла поворота роторных лезвий с различной формой кромки могут быть рекомендованы для использования при проектировании режущих приспособлений пищевых машин [21, 22, 23]. Направлением дальнейших исследований является разработка математических моделей, позволяющих рассчитать силы сопротивлений, действующие на роторные рабочие органы при резании пищевых материалов [24, 25].

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Boisly M., Schuldt S., Kaestner M.G., Schneider Y., Rohm H. Experimental characterization and numerical modeling of cutting processes in viscoelastic solids // Journal of Food Engineering. 2016. No. 191. P. 1-9.

2. Schuldt S., Schneider Y., Rohm H. High-speed cutting of foods: Cutting behavior and initial cutting forces // Journal of Food Engineering. 2018. No. 230. P. 55-62.

3. Агеев О.В. Математическое моделирование сил нормального контактного давления на грани двухкромочного ножа при резании рыбы / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов, Н.В. Самойлова // Известия Калининградского государственного технического университета. 2018. № 50. С. 81-102.

4. Агеев О.В. Математическое моделирование сил полезного сопротивления при резании охлажденных пищевых продуктов / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов // Вестник Международной академии холода. 2020. № 3. С. 70-82.

5. Агеев О.В. Математическое моделирование сил нормального контактного давления на боковые грани ножа при резании пищевых материалов / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов // Научный журнал Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2017. № 4. С. 27-42.

6. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife // Journal of Friction and Wear. 2019. Vol. 40, No. 6. P. 580-587.

7. Агеев О.В. Подход к расчету деформационной силы трения при резании охлажденной рыбы / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов, Н.В. Самойлова // Вестник Международной академии холода. 2019. № 4. С. 49-56.

8. Lima D. A. S., Santos M. M. F., Sousa A. M. B. L., Bezerra T. K. A., da Silva Araujo H. B., Madruga M. S., da Silva F. A. P. The cutting by-product of fish filleting on the band saw machine: Nutritional quality and technological potential // Waste Biomass Valorization. 2022. No. 13(11). P. 4575–4584.

9. Lima D. A. S., Santos M. M. F., Duvale R. L. F., Bezerra T. K. A., Araujo I. B. D., Madruga M. S., da Silva F. A. P. Technological properties of protein hydrolysate from the cutting byproduct of serra Spanish mackerel (Scomberomorus brasiliensis) // Journal of Food Science and Technology-Mysore. 2021. No. 58(8). P. 2952–2962.

10. Azarmdel H., Mohtasebi S. S., Jafari A., Rosado Mucoz A. Developing an orientation and cutting point determination algorithm for a trout fish processing system using machine vision // Computers and Electronics in Agriculture. 2019. No. 162. P. 613–629.

11. Kapłonek W., Nadolny K., Zieliński B., Plichta J., Pimenov D. Y., Sharma S. The Role of Observation–Measurement Methods in the Surface Characterization of X39Cr13 Stainless-Steel Cutting Blades Used in the Fish Processing Industry // Materials. 2020. No. 13(24). P. 5796.

12. Bar E., Mathiassen J. R., Eilertsen A., Mugaas T., Misimi E., Linnerud E. S., Salomonsen C., Westavik H. J. I. R. A. I. J. Towards robotic post-trimming of salmon fillets // Industrial Robot: An International Journal. 2016. No. 43(4). P. 421–428.

13. Xu W., He Y., Li J., Zhou J., Xu E., Wang W., Liu D. Robotization and intelligent digital systems in the meat cutting industry: Fromthe perspectives of robotic cutting, perception, and digital development // Trends in Food Science & Technology. 2023. No. 135. P. 234–251.

14. Zhang X., Gong Z., Liang X., Sun W., Ma J., Wang H. Line Laser Scanning Combined with Machine Learning for Fish Head Cutting Position Identification // Foods. 2023. No. 12(24). P. 4518.

15. Song S., Liu Z., Huang M., Zhu Q., Qin J., Kim M. S. Detection of fish bones in fillets by Raman hyperspectral imaging technology // Journal of Food Engineering. 2020. No. 272. P. 109808.

16. Kasperowicz Maciej B., Chomka Grzegorz P., Bil Tadeusz. Determination of Supply Pressure during Cutting Fish Using High-Pressure Water Stream Taking into Account the Cutting Place and Diameter of the Water Nozzle // International Journal of Food Engineering. 2020. Vol. 16, No. 3. P. 20180395.

17. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the Efficiency of Food Materials Cutting during Inclined and Shear Movements of Knife // Materials. 2022. Vol. 15. P. 289.

18. Самойлова, Н.В. Совершенствование процесса и оборудования для порционирования рыбы: специальность 4.3.3 «Пищевые системы»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Самойлова Наталья Владимировна, 2024. – 282 с.

19. Агеев О.В. Совершенствование технологии производства дисковых ножей рыбоперерабатывающих машин / О.В. Агеев, С.Б. Перетятко, А.В. Насипов, А.Л. Бондарь, Н.В. Самойлова // Вестник науки и образования Северо-Запада России [Электронный ресурс]. 2024. Т. 10. № 4. Шифр: ЭЛ № ФС77–63282. С. 6-17. Режим доступа: http://vestnik-nauki.ru/wp-content/uploads/2024/12/2024-N4-Ageev-et-al.pdf.

20. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Giurgiulescu L., Janowicz M., Jakubowski M. Experimental characterization and mathematical modeling of fracture and friction resistance forces during tuna cutting // Journal of Food Engineering. 2021. Vol. 307. P. 110648.

21. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Математическое моделирование силы сопротивления формы двухкромочного ножа без боковых граней при резании рыбы // Известия КГТУ. 2019. № 53. С. 75-88.

22. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife // Journal of Friction and Wear. 2019. Vol. 40. No. 6. P. 580-587.

23. Самойлова, Н.В. Математическое моделирование процесса резания рыбы ножом с фигурной криволинейной кромкой / Н.В. Самойлова, О.В. Агеев // Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2023. Т. 9. № 3. Шифр: ЭЛ № ФС77–63282. С. 7-26.

24. Ageev O.V., Jakubowski M., Giurgiulescu L. Mathematical simulation of deformation friction force during food material cutting // Carpathian Journal of Food Science and Technology. 2020. Vol. 12 (4). P. 5-11.

25. Агеев, О.В. Математическое моделирование процесса разрушения волокон мышечной ткани при резании рыбы / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов // Известия КГТУ. 2021. № 60. С. 57-73.

REFERENCES

1. Boisly M., Schuldt S., Kaestner M.G., Schneider Y., Rohm H. Experimental

characterization and numerical modeling of cutting processes in viscoelastic solids. Journal of Food Engineering. 2016. No. 191, pp. 1-9.

2. Schuldt S., Schneider Y., Rohm H. High-speed cutting of foods: Cutting behavior and initial cutting forces. Journal of Food Engineering. 2018. No. 230. pp. 55-62.

3. Ageev O.V., Fatykhov Yu.A., Samojlova N.V. Matematicheskoe modelirovanie sil normal'nogo kontaktnogo davleniya na grani dvuhkromochnogo nozha pri rezanii ryby [Mathematical simulation of forces of normal contact pressure on the facets of double-edge knife during fish cutting] Izvestija Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. 2018. No. 50, pp. 81-102.

4. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. Matematicheskoe modelirovanie sil poleznogo soprotivleniya pri rezanii okhlazhdennykh pishchevykh produktov [Mathematical simulation of effective resistance forces during cutting of chilled food products]. Journal of International Academy of Refrigeration. 2020. No. 3, pp. 70-82.

5. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. Matematicheskoe modelirovanie sil normal'nogo kontaktnogo davlenija na bokovye grani nozha pri rezanii pishhevyh materialov [Mathematical simulation of forces of normal contact pressure on side knife edges during cutting of food materials]. Nauchnyj zhurnal Sankt-Peterburgskogo nacional'nogo issledovatel'skogo universiteta informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki. Serija: Processy i apparaty pishhevyh proizvodstv. 2017. No. 4(34), pp. 27-42.

6. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife. Journal of Friction and Wear. 2019. Vol. 40, No. 6, pp. 580-587.

7. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A., Samoilova N.V. Podhod k raschetu deformatsionnoj sily treniya pri rezanii ohlazhdennoj ryby [Approach to computation of deformation friction force during chilled fish cutting]. Journal International Academy of Refrigeration. 2019. No. 4, pp. 49-56.

8. Lima D. A. S., Santos M. M. F., Sousa A. M. B. L., Bezerra T. K. A., da Silva Araujo H. B., Madruga M. S., da Silva F. A. P. The cutting by-product of fish filleting on the band saw machine: Nutritional quality and technological potential. Waste Biomass Valorization. 2022. No. 13(11), pp. 4575–4584.

9. Lima D. A. S., Santos M. M. F., Duvale R. L. F., Bezerra T. K. A., Araujo I. B. D., Madruga M. S., da Silva F. A. P. Technological properties of protein hydrolysate from the cutting byproduct of serra Spanish mackerel (Scomberomorus brasiliensis). Journal of Food Science and Technology-Mysore. 2021. No. 58(8), pp. 2952–2962.

10. Azarmdel H., Mohtasebi S. S., Jafari A., Rosado Mucoz A. Developing an orientation and cutting point determination algorithm for a trout fish processing system using machine vision. Computers and Electronics in Agriculture. 2019. No. 162, pp. 613–629.

11. Kapłonek W., Nadolny K., Zieliński B., Plichta J., Pimenov D. Y., Sharma S. The Role of Observation–Measurement Methods in the Surface Characterization of X39Cr13 Stainless-Steel Cutting Blades Used in the Fish Processing Industry. Materials. 2020. No. 13(24), pp. 5796.

12. Bar E., Mathiassen J. R., Eilertsen A., Mugaas T., Misimi E., Linnerud E. S., Salomonsen C., Westavik H. J. I. R. A. I. J. Towards robotic post-trimming of salmon fillets. Industrial Robot: An International Journal. 2016. No. 43(4), pp. 421–428.

13. Xu W., He Y., Li J., Zhou J., Xu E., Wang W., Liu D. Robotization and intelligent digital systems in the meat cutting industry: Fromthe perspectives of robotic cutting, perception, and digital development. Trends in Food Science & Technology. 2023. No. 135, pp. 234–251.

14. Zhang X., Gong Z., Liang X., Sun W., Ma J., Wang H. Line Laser Scanning Combined with Machine Learning for Fish Head Cutting Position Identification. Foods. 2023. No. 12(24), pp. 4518.

15. Song S., Liu Z., Huang M., Zhu Q., Qin J., Kim M. S. Detection of fish bones in fillets by Raman hyperspectral imaging technology. Journal of Food Engineering. 2020. No. 272, pp. 109808.

16. Kasperowicz Maciej B., Chomka Grzegorz P., Bil Tadeusz. Determination of Supply Pressure during Cutting Fish Using High-Pressure Water Stream Taking into Account the Cutting Place and Diameter of the Water Nozzle. International Journal of Food Engineering. 2020. Vol. 16, No. 3, pp. 20180395.

17. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the Efficiency of Food Materials Cutting during Inclined and Shear Movements of Knife. Materials. 2022. Vol. 15, P. 289.

18. Samojlova N.V. Sovershenstvovanie protsessa i oborudovaniya dlya portsionirovaniya ryby [Improving the process and equipment for fish portioning]. 2024. 282 p.

19. Ageev O.V., Peretyatko S.B., Nasipov A.V., Bondar A.L., Samojlova N.V. Sovershenstvovanie tekhnologii proizvodstva diskovykh nozhei rybopererabatyvayushchikh mashin [Improvement of manufacturing technology for disc knives of fish processing machines]. Journal of Science and Education of North-West Russia. 2024. Vol. 10, No. 4, pp. 6–17.

20. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Giurgiulescu L., Janowicz M., Jakubowski M. Experimental characterization and mathematical modeling of fracture and friction resistance forces during tuna cutting. Journal of Food Engineering. 2021. Vol. 307, pp. 110648.

21. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A., Samojlova N.V. Matematicheskoe modelirovanie sily soprotivleniya formy dvukhkromochnogo nozha bez bokovykh graney pri rezanii ryby [Mathematical simulation of profile resistance force of double-edged knife without side edges during fish cutting]. Izvestiya Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta, 2019, No. 53, pp. 75-88.

22. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife. Journal of Friction and Wear. 2019. Vol. 40. No. 6. P. 580-587.

23. Samojlova N.V., Ageev O.V. Matematicheskoe modelirovanie protsessa rezaniya ryby nozhom s figurnoi krivolineinoi kromkoi [Mathematical simulation of fish cutting process by knife with a figured edge]. Journal of Science and Education of North-West Russia. 2023. Vol. 9. No. 3. P. 7–26.

24. Ageev O.V., Jakubowski M., Giurgiulescu L. Mathematical simulation of deformation friction force during food material cutting. Carpathian Journal of Food Science and Technology. 2020. Vol. 12 (4). P. 5-11.

25. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. Matematicheskoe modelirovanie protsessa razrusheniya volokon myshechnoy tkani pri rezanii ryby [Mathematical simulation of the process of muscle filaments fracture during fish cutting]. Kaliningrad State Technical University News. 2021. No. 60. P. 57-73.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ	INFORMATION ABOUT THE AUTHOR
Агеев Олег Вячеславович – доктор технических наук, профессор, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т, 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)	*Ageev Oleg Viatcheslavovich* – Dr.Sci. (Eng.), Professor, Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)

Статья поступила в редакцию 01.03.2025; одобрена после рецензирования 15.03.2025, принята к публикации 20.03.2025.
The article was submitted 01.03.2025; approved after reviewing 15.03.2025; accepted for publication 20.03.2025.