Научная статья
УДК 664.951

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОРЦИОНИРОВАНИЯ РЫБЫ НОЖОМ С ПРЯМОЙ НАКЛОННОЙ КРОМКОЙ

О.В. Агеев[1,*], Н.В. Самойлова[1]
[1] Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия
[*] E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Аннотация. Показана актуальность математического моделирования и экспериментального изучения процесса порционирования рыбы. Рассмотрен широко распространенный режущий орган в виде ножа с прямой наклонной кромкой, который реализует полезный физический эффект геометрической трансформации профиля лезвия. Однако выражения для расчета сил сопротивлений при резании таким ножом невозможно получить как частный случай из известных формул для лезвий с фигурной криволинейной кромкой. На базе теории резания вязкоупругого материала разработаны математические модели, позволяющие определить силу сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой на различных стадиях процесса порционирования. Введены безразмерная глубина погружения лезвия и безразмерная скорость резания, получена модель для расчета безразмерной силы сопротивления формы. Исследованы зависимости указанной силы от геометрии ножа, реологии мышечной ткани рыбы и скорости резания. Для проверки адекватности предложенных математических моделей выполнены экспериментальные исследования процесса наклонного резания рыбы пластинчатым ножом. Получены эмпирические зависимости силы вредных сопротивлений от угла наклона режущего органа. Подтверждена правомерность использования принятого в теоретическом анализе положения о решающем влиянии трансформации геометрии элементарного ножа на сокращение сил сопротивлений.

Ключевые слова: *рыба; резание; порционирование; нож; лезвие; фаска; наклонная кромка*.

Для цитирования: Агеев О.В., Самойлова Н.В. Математическое моделирование и экспериментальное исследование процесса порционирования рыбы ножом с прямой наклонной кромкой // *Вестник науки и образования Северо-Запада России*. 2024. Т.10. №3. С. 6–19.

Original article

MATHEMATICAL SIMULATION AND EXPERIMENTAL RESEARCH OF FISH PORTIONING PROCESS BY KNIFE WITH A LINEAR INCLINED EDGE

O.V. Ageev[1,*], N.V. Samojlova[1]

[1] Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia
[*] E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Abstract. The relevance of mathematical simulation and experimental study of the fish portioning process is shown. A widely used cutting tool as a knife with a linear inclined edge, which realizes the useful physical effect of geometric transformation of the blade profile, is considered. However, expressions for resistance forces calculating during cutting with such a knife

© Агеев О.В., Самойлова Н.В. 2024

as a special case from the known formulas for figured curved blades cannot be obtained. Based on the theory of cutting viscoelastic material, mathematical models for resistance force of a knife shape with a linear inclined edge at various stages of the portioning process have been developed. The dimensionless immersion depth of the blade and the dimensionless cutting speed are introduced, and a model for calculating the dimensionless resistance force of the mold is obtained. The dependences of this force by the geometry of the knife, the rheology of the fish muscle tissue and the cutting speed were studied. For verify the adequacy of the proposed mathematical models, experimental studies of the process of inclined cutting of fish with a plate knife were carried out. Empirical dependences of the force of harmful resistance to the angle of inclination of the cutting tool were obtained. The legitimacy of using the position adopted in the theoretical analysis about the decisive influence of the transformation of the geometry of an elementary knife on the reduction of resistance forces has been confirmed.

Key words: *fish, cutting; portioning; knife; blade; chamfer; inclined edge.*

For citation: Ageev O.V., Samojlova N.V. Mathematical simulation and experimental research of fish portioning process by knife with a linear inclined edge. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2024. V.10, No.3, pp. 6–19.

Введение

Процесс порционирования рыбы является важной стадией производства рыбных товаров, которая определяет качество готовых изделий и показатели ресурсосбережения в технологических линиях. Сокращение потерь ценного рыбного сырья и снижение энергетических затрат является в рыбной отрасли одной из основных задач при создании нового порционирующего оборудования.

Теоретические и практические основы процесса нарезки на порции рыбы и других сходных по структуре и свойствам пищевых материалов, а также совершенствование соответствующих технологических машин отражены в работах отечественных ученых: В.В. Дорменко, В.М. Чупахина, С.Г. Гуревича, Н.И. Жилина, В.Г. Проселкова, В.П. Чивиленко, А.К. Друсейка, А.А. Романова, С.В. Крутова, В.М. Томилина, И.З. Уманцева, В.И. Карпова, М.А. Якубова, В.М. Боркунова, А.В. Терентьева, С.И. Бриля, В.Н. Дегтярева, Ю.А. Мачихина, А.Н. Даурского, Ю.В. Поспелова, Н.Е. Резника, В.И. Ивашова, В.В. Пеленко.

За рубежом также выполнен ряд работ по теории резания рыбы и других пищевых материалов. Экспериментальному исследованию процесса резания рыбного сырья посвящены работы А. Довгялло [1, 2], который рассмотрел силы вредных и полезных сопротивлений, проанализировал влияние режимных параметров процесса на качество готовых продуктов из карпа, окуня, леща, плотвы, а также разработал ряд инновационных конструкций машин для обработки промысловых видов рыб.

M. Boisly, S. Schuldt, M.G. Kaestner, Y. Schneider, H. Rohm, G. Arnold, J. Kowalewski [3, 4] исследовали резание мясных продуктов, установили эмпирические зависимости между силами сопротивлений при разрушении волокнистого материала и скоростью движения ножа, проанализировали влияние угла заточки лезвия на параметры указанного процесса. T. Atkins [5, 6] провел подробное теоретико-экспериментальное изучение процессов резания различных пищевых материалов, исследовал оптимальные углы заточки режущих органов, обобщив ценные результаты в крупной монографии по тематике резания пищевых продуктов. A. Spagnoli, M. Terzano, R. Brighenti, F. Artoni, P. Stahle [7, 8] определяли закономерности процесса резания вязкоупругих материалов, провели сравнительный анализ усилий резания в зависимости от режимных параметров, а также проанализировали силы трения на гранях режущих органов.

В своем исследовании K.-R. Deibel, S. Lämmlein, K. Wegener [9] разработали модели для расчета усилий скользящего резания тонких образцов материала. B.S. Ogunsina, A.I. Bamgboye [10] изучали силы разрушения при обработке растительных пищевых продуктов. J. Sadowska, T. Jeliński, W. Błaszczak, S. Konopka, J. Fornal, W. Rybiński [11] анализировали

влияние структурных свойств растительного сырья на силы сопротивлений при обработке. В работах S.M. Goh, M.N. Charalambides, J.G. Williams [12] приводятся результаты исследований по резанию струнными режущими органами.

Наряду с этим, процессу резания органических материалов посвящена обстоятельная работа E. Vandenberghe, M.N. Charalambides, I.K. Mohammed, B. D. Ketelaere, J.D. Baerdemaeker, J. Claes [13]. Авторы B. S. Sridhar, K. Sommer [14] исследовали методом конечных элементов процессы разрушения вязкоупругих продуктов с различной консистенцией. B.L. Tai и B. Takabi [15], M. Pagani и U. Perego [16] предложили модели резания вязкоупругих материалов и провели численные эксперименты на основе метода конечных элементов. H.J. Holl, M. Meindlhumer, V. Simader, D. Schnurer, A. Brandl в работе [17] изложили результаты по вибрационному резанию материалов с различными структурно-реологическими свойствами.

Вышеизложенное показывает, что изучению особенностей процессов резания, их влияния на параметры материала и эксплуатационные свойства режущих органов посвящено много работ. Однако, несмотря на значительное количество исследований и внедрений отдельных процессов в практику, единой теории, которая вышла бы за рамки частных концепций и подходов, до настоящего времени не создано. Данное обстоятельство требует дальнейшего развития и совершенствования существующих подходов к моделированию процесса резания пищевых материалов. Требуется переход от плоской к объемной (трехмерной) задаче, возникающей при учете геометрии режущей кромки.

В работе [18] выполнена постановка и решена задача аналитического определения силы сопротивления формы ножа при нормальном резании мышечной ткани рыбы криволинейным фигурным лезвием в условиях стесненного сжатия вязкоупругого материала. При этом получены следующие математические модели для расчета размерной и безразмерной сил сопротивления формы (см. работу [18] и библ. в ней):

$$F_{1m} = \frac{L \cdot \xi \cdot tg^2\alpha}{(ctg\theta - ctg\beta)\cdot l} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1-\exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right] \cdot [arsh(ctg\theta) - arsh(ctg\beta)] \cdot \quad (1)$$

$$\bar{F}_{1m} = \bar{L} \cdot [0{,}5 + \bar{v} \cdot e_{01} \cdot (1 + \bar{v} \cdot (\exp(-1/\bar{v}) - 1))] \cdot \frac{arsh(ctg\theta) - arsh(ctg\beta)}{ctg\theta - ctg\beta}, \quad (2)$$

где $arsh$ – гиперболический арксинус; α – угол заточки передней наклонной грани ножа в профиле; β – угол входа кромки ножа в плане; θ – угол подъема фигурной кромки в плане; L – проекционная длина ножа в плане; E_0 – мгновенный модуль упругости материала; E_1 – запаздывающий модуль упругости материала; η – коэффициент динамической вязкости материала; l – длина материала в недеформированном состоянии; h_m – высота передней наклонной грани (фаски) ножа; v – скорость движения ножа; $\bar{L}$ – безразмерная проекционная длина ножа; e_{01} – мера эластичности мышечной ткани рыбы; $\bar{v}$ – безразмерная скорость движения ножа; $\xi = \frac{E_0 \cdot E_1}{E_0 + E_1} = \frac{E_0}{1 + E_0 / E_1}$; $k = -\frac{E_0 + E_1}{\eta \cdot v}$.

Очевидно, что выражения (1) и (2) имеют смысл при $\angle\theta \neq \angle\beta$. Однако у ножа с прямой наклонной кромкой, суть гильотинного лезвия, рассматриваемые углы равны: $\angle\theta = \angle\beta$. Такой рабочий орган является базовым во многих порционирующих машинах. Форма кромки указанного лезвия с углом входа β описывается выражениями:

$$\begin{aligned} &\hat{y}(z) = b \cdot z = ctg\beta \cdot z; \\ &d\hat{y}(z)/dz = b = ctg\beta. \end{aligned} \quad (3)$$

Вместе с тем, формулы (1) и (2) не позволяют рассчитать силы сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой. В связи с этим, целью настоящей работы является аналитическое определение сил вредного сопротивления при нормальном резании мышечной ткани рыбы ножом с прямой наклонной кромкой в условиях стесненного сжатия пищевого материала, а также экспериментальное исследование процесса порционирования указанным режущим органом. Статья является продолжением исследований, начатых в публикации [18].

Математическое моделирование силы вредного сопротивления при резании материала прямолинейным наклонным лезвием

Определим фактический угол резания $\hat{\alpha}_{\phi}$ для ножа с прямой наклонной кромкой и конструктивным углом заточки α:

$$tg\hat{\alpha}_{\phi} = tg\alpha \cdot \cos\hat{\gamma}_{н} = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\hat{\gamma}_{н}}} = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+ctg^2\beta}} = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+b^2}}, \quad (4)$$

где $\hat{\gamma}_{н}$ – угол подъема плоскости элементарного ножа при его геометрической трансформации.

Как видим из (4), фактический угол резания в данном случае является величиной постоянной по всей длине лезвия. Тогда в соответствии с работами [18-20] сила сопротивления формы определяется следующей формулой:

$$\hat{F}_1 = \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \left(1+b^2\right)} \cdot \int_0^{S_A} \int_0^{h_m} \left[y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(1 - \exp\left(k \cdot y\right)\right) \right] dyds + \\ + \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \left(1+b^2\right)} \cdot \int_{S_A}^{S_B} \int_0^{H-b\cdot z} \left[y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(1 - \exp\left(k \cdot y\right)\right) \right] dyds. \quad (5)$$

Проинтегрируем по *dy* и получим:

$$\hat{F}_1 = \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \left(1+b^2\right)} \cdot \int_0^{S_A} \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1 - \exp\left(k \cdot h_m\right)}{k} \right) \right] ds + \\ + \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \left(1+b^2\right)} \cdot \int_{S_A}^{S_B} \left[\frac{\left(H - b \cdot z\right)^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(H - b \cdot z + \frac{1 - \exp\left(k \cdot \left(H - b \cdot z\right)\right)}{k} \right) \right] ds. \quad (6)$$

Осуществим переход от наклонной линейной координаты *s* к горизонтальной декартовой координате *z*, принимая во внимание, что $ds = \sqrt{1+b^2} \cdot dz = \sqrt{1+ctg^2\beta} \cdot dz$:

$$\hat{F}_1 = \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \left(1+b^2\right)} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1 - \exp\left(k \cdot h_m\right)}{k} \right) \right] \cdot \int_0^{Z_A} \sqrt{1+b^2}\, dz + \\ + \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \left(1+b^2\right)} \cdot \int_{Z_A}^{Z_B} \left[\frac{\left(H - b \cdot z\right)^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(H - b \cdot z + \frac{1 - \exp\left(k \cdot \left(H - b \cdot z\right)\right)}{k} \right) \right] \cdot \sqrt{1+b^2}\, dz = \quad (7)$$

$$= \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \sqrt{1+b^2}} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1-\exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right] \cdot \int_0^{Z_A} dz +$$
$$+ \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \sqrt{1+b^2}} \cdot \int_{Z_A}^{Z_B} \left[\frac{(H - b \cdot z)^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(H - b \cdot z + \frac{1-\exp(k \cdot (H - b \cdot z))}{k} \right) \right] dz =$$
$$= \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \sqrt{1+b^2}} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1-\exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right] \cdot Z_A +$$
$$+ \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \sqrt{1+b^2}} \cdot \int_{Z_A}^{Z_B} \left[\frac{(H - b \cdot z)^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(H - b \cdot z + \frac{1-\exp(k \cdot (H - b \cdot z))}{k} \right) \right] dz .$$

С учетом того, что $Z_A = (H - h_m)/b$ и $Z_B = H/b$, получим выражение для силы сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой, конструктивным углом заточки α и углом входа β при глубине погружения H вершины ножа:

$$\hat{F}_1 = \frac{\xi \cdot tg^2\alpha \cdot (H - h_m)}{l \cdot b \cdot \sqrt{1+b^2}} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1-\exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right] +$$
$$+ \frac{\xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \sqrt{1+b^2}} \cdot \int_{(H-h_m)/b}^{H/b} \left[\frac{(H - b \cdot z)^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(H - b \cdot z + \frac{1-\exp(k \cdot (H - b \cdot z))}{k} \right) \right] dz . \quad (8)$$

В случае полного погружения режущей кромки в материал имеем: $H_m = L \cdot ctg\beta + h_m$; $Z_A = L$. Тогда выражение (8) примет следующий вид:

$$\hat{F}_{1m} = \frac{L \cdot \xi \cdot tg^2\alpha}{l \cdot \sqrt{1+ctg^2\beta}} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1-\exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right]. \quad (9)$$

Выразим формулу (8) через безразмерные величины:

$$\hat{F}_1 = \frac{\xi \cdot tg^2\alpha \cdot h_m^3}{l} \cdot \frac{(\overline{H} - 1)}{b \cdot \sqrt{1+b^2}} \cdot \left[0{,}5 + \bar{v} \cdot e_{01} \cdot \left(1 + \bar{v} \cdot \left(\exp(-1/\bar{v}) - 1 \right) \right) \right] +$$
$$+ \frac{\xi \cdot tg^2\alpha \cdot h_m^3}{l \cdot \sqrt{1+b^2}} \cdot \int_{(\overline{H}-1)/b}^{\overline{H}/b} \left[\frac{(\overline{H} - b \cdot \bar{z})^2}{2} + \bar{v} \cdot e_{01} \cdot \left(\overline{H} - b \cdot \bar{z} + \bar{v} \cdot \left(\exp\left(-\frac{\overline{H} - b \cdot \bar{z}}{\bar{v}} \right) - 1 \right) \right) \right] d\bar{z} , \quad (10)$$

где $\overline{H} = \frac{H}{h_m}$; $\bar{v} = \frac{v}{h_m} \cdot \frac{\eta}{(E_0 + E_1)} = \frac{v}{h_m} \cdot \frac{1}{T_\sigma}$; $v = \bar{v} \cdot \frac{h_m \cdot (E_0 + E_1)}{\eta} = \bar{v} \cdot h_m \cdot T_\sigma$;

$T_\sigma = (E_0 + E_1)/\eta$ – скорость релаксации вязкоупругого материала; $1/T_\sigma = \eta/(E_0 + E_1)$ – характерное время релаксации; h_m/v – время контакта элементарного волокна dy с фаской высотой h_m при движении ножа в материале со скоростью v.

Обозначив $\hat{F}_1 = \frac{\xi \cdot tg^2\alpha \cdot h_m^3}{l} \cdot \bar{\hat{F}}_1$, из (10) получим выражение для безразмерной силы сопротивления формы при безразмерной глубине погружения $\bar{H}$ вершины ножа с прямой наклонной кромкой:

$$\bar{\hat{F}}_1 = \frac{(\bar{H}-1)}{b\cdot\sqrt{1+b^2}} \cdot \left[0{,}5 + \bar{v}\cdot e_{01}\cdot\left(1+\bar{v}\cdot\left(\exp\left(-1/\bar{v}\right)-1\right)\right)\right] + \\ + \frac{1}{\sqrt{1+b^2}} \cdot \int_{(\bar{H}-1)/b}^{\bar{H}/b} \left(\frac{(\bar{H}-b\cdot\bar{z})^2}{2} + \bar{v}\cdot e_{01}\cdot\left[\bar{H}-b\cdot\bar{z}+\bar{v}\cdot\left(\exp\left(-\frac{\bar{H}-b\cdot\bar{z}}{\bar{v}}\right)-1\right)\right]\right) d\bar{z}\,. \quad (11)$$

В случае полного погружения режущей кромки в материал на безразмерную глубину $\bar{H}_m = \bar{L}\cdot ctg\beta + 1$ преобразуем формулу (9) к следующему виду:

$$\hat{F}_{1m} = \frac{\xi \cdot tg^2\alpha \cdot h_m^3}{l} \cdot \bar{L} \cdot \frac{\left[0{,}5 + \bar{v}\cdot e_{01}\cdot\left(1+\bar{v}\cdot\left(\exp\left(-1/\bar{v}\right)-1\right)\right)\right]}{\sqrt{1+ctg^2\beta}}\,. \quad (12)$$

Принимая во внимание для данного случая $\hat{F}_{1m} = \frac{\xi \cdot tg^2\alpha \cdot h_m^3}{l} \cdot \bar{\hat{F}}_{1m}$, получим выражение для безразмерной силы сопротивления формы ножа при полном погружении его фаски в материал:

$$\bar{\hat{F}}_{1m} = \bar{L} \cdot \frac{0{,}5 + \bar{v}\cdot e_{01}\cdot\left(1+\bar{v}\cdot\left(\exp\left(-1/\bar{v}\right)-1\right)\right)}{\sqrt{1+ctg^2\beta}}\,. \quad (13)$$

Результаты математического моделирования

Разработанные математические модели (11), (13) позволяют варьировать безразмерной глубиной погружения лезвия в материал, безразмерной скоростью ножа, мерой эластичности материала, а также конструктивной формой рабочего органа для исследования зависимостей безразмерных сил сопротивления формы от указанных параметров.

Результаты моделирования в соответствии с выражением (11) на рисунке 1 отражают зависимости безразмерной силы сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой при неполном погружении его фаски в материал, на рисунках 2, 3 − результаты расчетов в соответствии с выражением (13) при полном погружении фаски данного ножа.

На рисунке 1,*а* изображены зависимости безразмерной силы сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой от безразмерной глубины погружения лезвия при различных значениях безразмерной скорости резания, на рисунке 1,*б* − при различных значениях угла входа кромки.

На рисунке 2,*а* изображены зависимости указанной безразмерной силы от угла входа при различных значениях безразмерной скорости резания, на рисунке 2,*б* − при различных значениях меры эластичности материала.

На рисунке 3,*а* приведены зависимости безразмерной силы от безразмерной скорости движения ножа при различных значениях безразмерной длины ножа, на рисунке 3,*б* − зависимости силы от меры эластичности при различных значениях безразмерной скорости резания.

ISSN 2413–9858

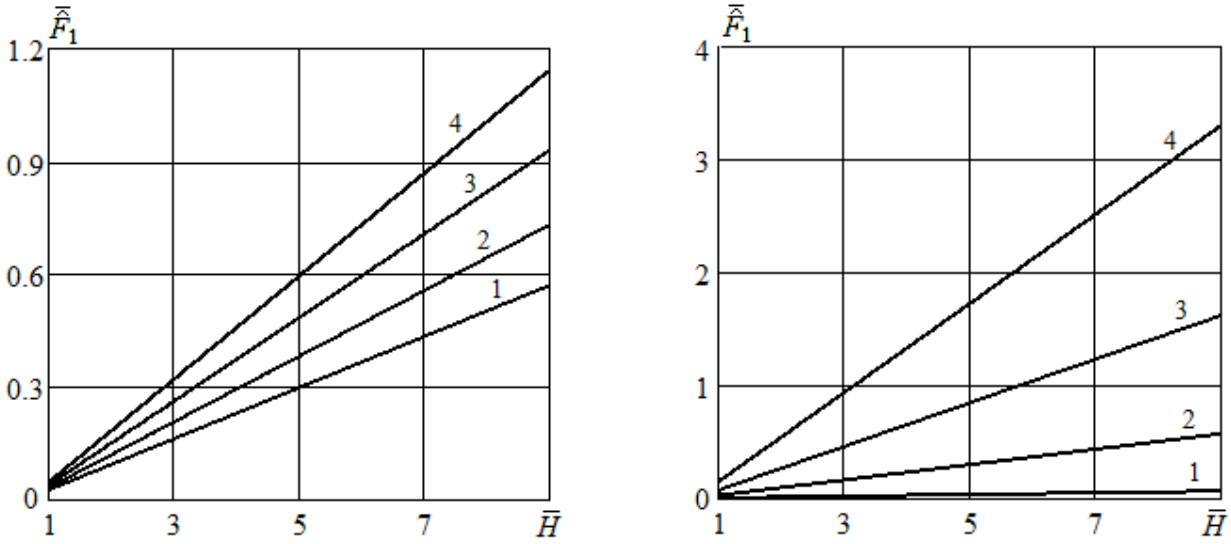
Обсуждение результатов математического моделирования

Проанализируем влияние различных параметров на безразмерную силу сопротивления формы ножа с фигурной кромкой. Рисунок 1 показывает линейную зависимость безразмерной силы сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой от безразмерной глубины погружения лезвия в материал.

Согласно рисунку 1,*а* увеличение скорости резания приводит к повышению указанной силы. Из рисунка 1,*б* видим, что возрастание угла входа кромки ножа также приводит к увеличению безразмерной силы.

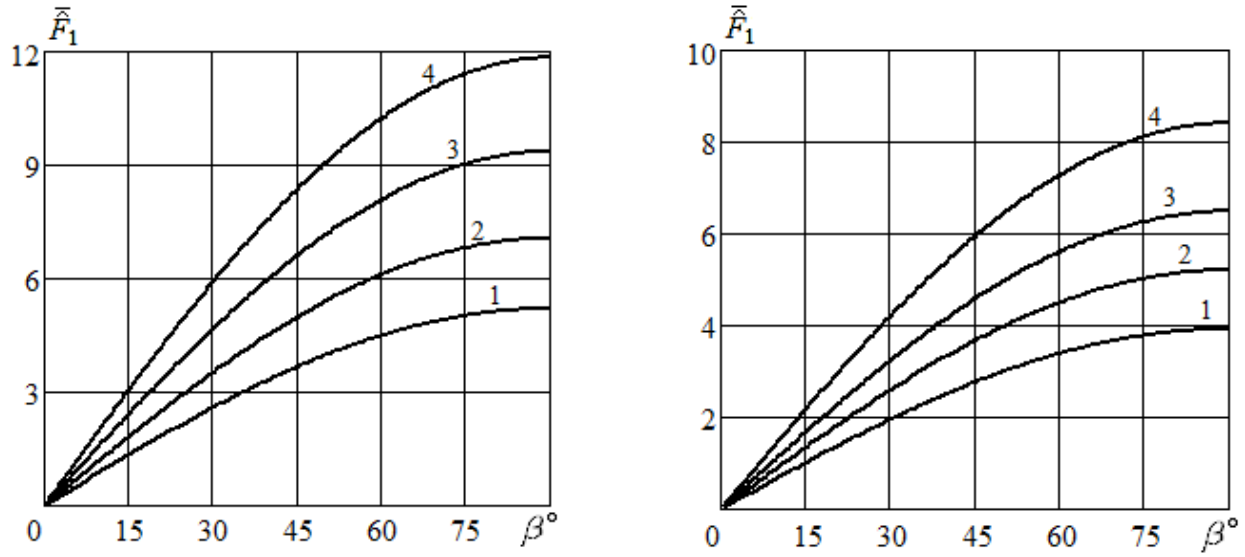
Рисунок 2 иллюстрирует, что безразмерная сила сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой нелинейно и монотонно зависит от угла входа кромки. Увеличение указанного угла приводит к росту безразмерной силы, причем предельное ее значение достигается при значении $\beta = 90°$, которое соответствует режиму нормального резания материала прямым лезвием.

Рисунок 3,*а* демонстрирует, что с увеличением скорости резания безразмерная сила нелинейно и монотонно возрастает и стремится к своему предельному значению, что объясняется вязкоупругими свойствами материала. Рисунок 3,*б* показывает, что с повышением меры эластичности материала указанная сила также нелинейно и монотонно возрастает.



а *б*

Рисунок 1 - Зависимость безразмерной силы сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой от безразмерной глубины погружения лезвия ($e_{01} = 3$):
а – при различных значениях безразмерной скорости резания ($\beta = 15°$):
1 – $\bar{v} = 0{,}2$; 2 – $\bar{v} = 0{,}4$; 3 – $\bar{v} = 1$; 4 – $\bar{v} = 20$;
б – при различных значениях угла входа кромки ($\bar{v} = 0{,}2$):
1 – $\beta = 5°$; 2 – $\beta = 15°$; 3 – $\beta = 30°$; 4 – $\beta = 55°$



а *б*

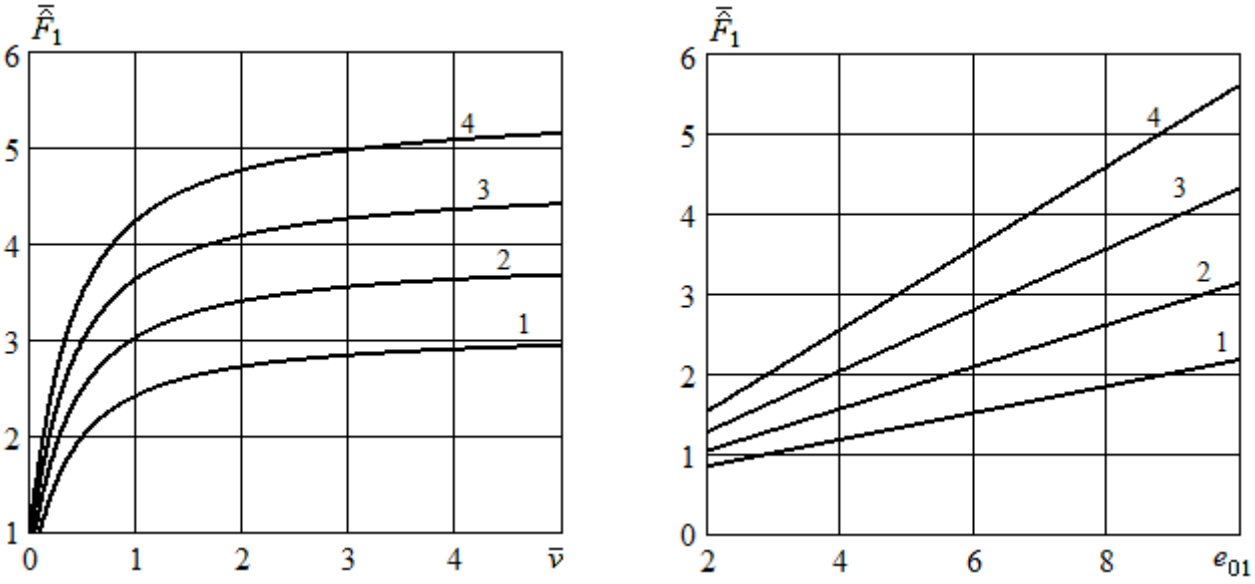
Рисунок 2 - Зависимость безразмерной силы сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой от угла входа ($\bar{L} = 4$):

а – при различных значениях безразмерной скорости резания ($e_{01} = 5$):

1 – $\bar{v} = 0{,}2$; 2 – $\bar{v} = 0{,}4$; 3 – $\bar{v} = 1$; 4 – $\bar{v} = 20$;

б – при различных значениях меры эластичности материала ($\bar{v} = 0{,}2$):

1 – $e_{01} = 3$; 2 – $e_{01} = 5$; 3 – $e_{01} = 7$; 4 – $e_{01} = 10$



а *б*

Рисунок 3 - Зависимости безразмерной силы сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой ($\beta = 15°$):

а – от безразмерной скорости резания при различных значениях безразмерной длины ножа ($e_{01} = 5$):

1 – $\bar{L} = 4$; 2 – $\bar{L} = 5$; 3 – $\bar{L} = 6$; 4 – $\bar{L} = 7$;

б – от меры эластичности материала при различных значениях безразмерной скорости резания ($\bar{L} = 4$):

1 – $\bar{v} = 0{,}2$; 2 – $\bar{v} = 0{,}4$; 3 – $\bar{v} = 1$; 4 – $\bar{v} = 20$

Экспериментальная апробация математических моделей

С целью экспериментального подтверждения адекватности разработанных выше математических моделей изучено влияние угла входа кромки режущего органа на процесс резания мышечной ткани рыбы. Для исследования сил вредных сопротивлений использовался косоугольный пластинчатый нож с прямолинейной кромкой. При достижении поставленной цели решены следующие задачи экспериментальных исследований:

– установлены количественные зависимости силы вредного сопротивления от угла наклона пластинчатого ножа с прямолинейной кромкой;

– установлены виды эмпирических зависимостей сил вредных сопротивлений от угла наклона кромки режущего органа;

– подтверждена правомерность использования принятого в теоретическом анализе положения о решающем влиянии трансформации угла заточки элементарного ножа на сокращение сил сопротивлений резанию.

В качестве материала исследования использовалась мышечная ткань желтоперого тунца. При проведении экспериментов в качестве рабочих органов использовали 8 пластинчатых ножей с прямой кромкой. Пластинчатые ножи изготовлялись по ГОСТ ISO 8442-5-2013 из полосок стали 08Х18Н10 (69% железа, 0,08% углерода, 18% хрома, 11% никеля, 0,2% марганца, 0,5% титана, 0,3% меди, 0,2% марганца, 0,8% кремния) с односторонней заточкой. Указанные пластинчатые однокромочные ножи имели размеры 100×40 мм, угол односторонней заточки 20º, толщину 3 мм и высоту фаски 8,24 мм. Края пластинчатых ножей были обрезаны под соответствующими углами для обеспечения 8 различных вариантов безопасного крепления лезвий в удерживающем приспособлении.

Применяли 8 вариантов крепления пластинчатых ножей в удерживающем приспособлении с углами входа β кромки: 40º; 50º; 60º; 65º; 70º; 75º; 80º; 85º; 90º, причем угол γ_H между кромкой и поверхностью продукта составлял 50º; 40º; 30º; 25º; 20º; 15º; 10º; 5º; 0º, соответственно. На рисунке 4 изображена схема наклонного крепления пластинчатого ножа с прямой кромкой.

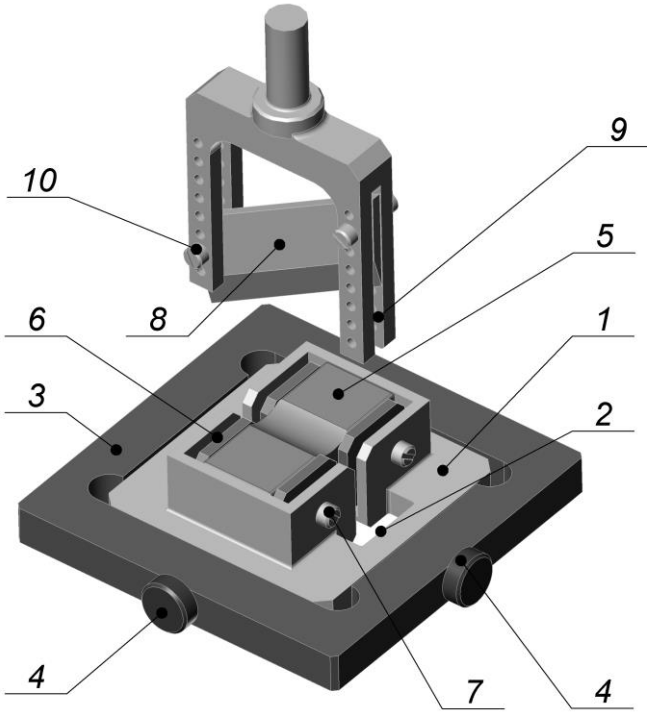


Рисунок 4 - Схема расположения пластинчатого ножа и кассеты с материалом

1 – кассета; 2 - паз для прохождения ножа; 3 - испытательная платформа; 4 – винтовой зажим; 5 – образец тунца; 6 – удерживающая накладка; 7 – винт; 8 - режущий орган; 9 -удерживающее приспособление; 10 – винт крепления ножа

При резании пластинчатым ножом применяли тензометрический датчик с пределом измерения 100 Н и точностью определения усилия резания 0,5 Н, что составляло 0,5% от значения допустимой нагрузки указанного датчика. Установка осуществляла перемещение режущего органа с заданной скоростью 0,0126 м/с. Анализатор текстуры обеспечивал постоянство скорости движения режущего органа с точностью 0,1% от заданного значения. Максимальное вертикальное перемещение кромки ножа при резании составляло 100 мм, что соответствовало 31,25% от предельно допустимого перемещения силоизмерительного бока. Точность определения положения режущей кромки составляла 0,0025 мм (2,5 мкм). Использовался режим считывания значений усилий резания с цифровой фильтрацией с точностью 2000 отсчета в секунду.

На рисунке 5 представлены экспериментальные зависимости силы сопротивления формы от угла входа кромки пластинчатого ножа при нормальном резании мышечной ткани тунца, а также результаты расчета данной силы по математической модели (9). На графиках в диаграммах размаха представлены экспериментальные данные, сплошные линии – результаты аналитического расчета.

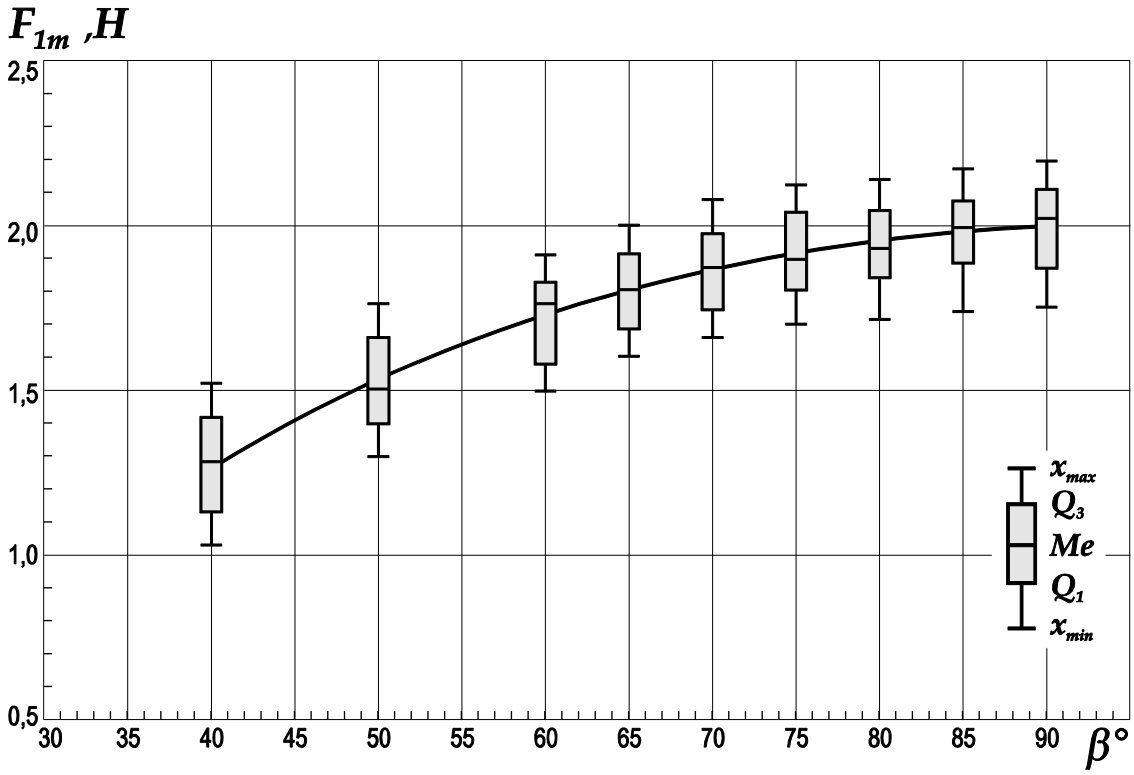


Рисунок 5 - Зависимость силы сопротивления формы от угла входа кромки при резании рыбы однокромочным пластинчатым ножом

Опытные данные на рисунке 5 аппроксимированы следующей эмпирической зависимостью, построенной методом наименьших квадратов в пакете Mathcad по девяти средним точкам $\overline{x}_n$:

$$\hat{F}_{1m} = -0{,}000262 \cdot \beta^2 + 0{,}048314 \cdot \beta - 0{,}233236\,. \qquad (14)$$

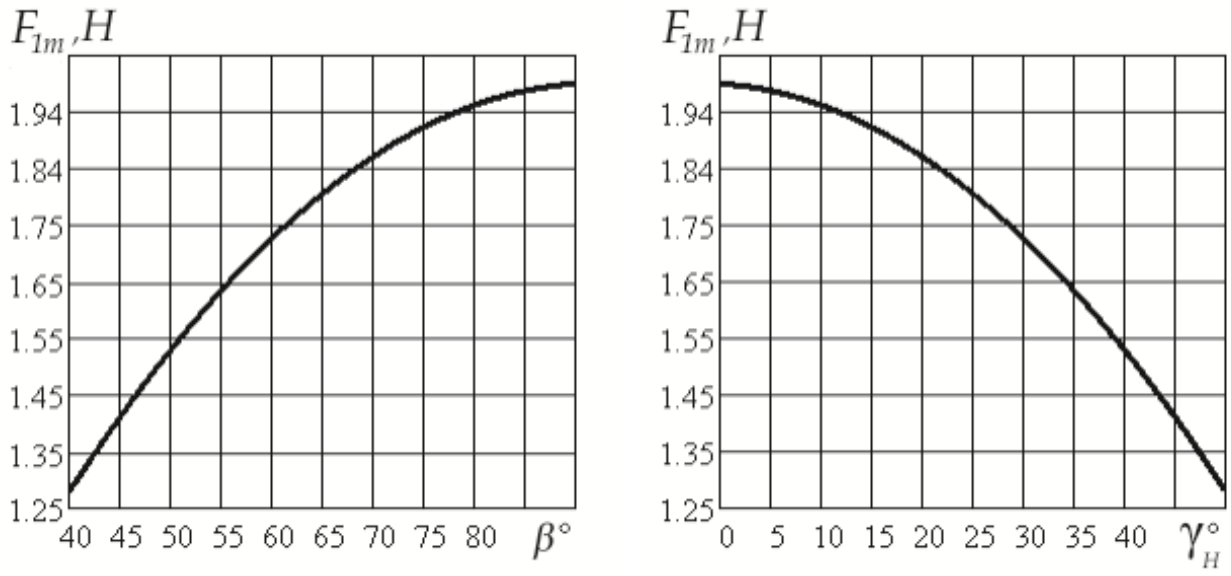
Зависимость силы сопротивления формы от угла наклона $\gamma_н = 90° - \beta$ по тем же опытным данным аппроксимирована следующей эмпирической зависимостью, также

построенной в пакете Mathcad методом наименьших квадратов по девяти средним точкам $\bar{x}_n$:

$$\hat{F}_{1m} = -0{,}000262 \cdot \gamma_н{}^2 - 0{,}001154 \cdot \gamma_н + 1{,}992844 . \quad (15)$$

Квадратичные регрессионные зависимости силы сопротивления формы пластинчатого ножа, построенные по эмпирическим формулам (14) и (15) показаны на рисунке 6.

Сопоставление результатов экспериментов и теоретических расчетов показало, что результаты математического моделирования процесса резания рыбы количественно совпадают с реальными зависимостями силы сопротивления формы пластинчатого ножа от угла входа режущей кромки. С уменьшением угла входа лезвия и возрастанием наклона ножа указанная сила нелинейно и монотонно снижается.



а *б*

Рисунок 6 – Зависимости силы сопротивления формы пластинчатого ножа от параметров процесса резания:

а – зависимость от угла входа β режущей кромки;

б – зависимость от угла наклона $\gamma_н$ режущей кромки

Вышеизложенное подтверждает справедливость разработанных математических моделей и принятых в них допущений в пределах точности экспериментальных данных и диапазонов изменения реологических характеристик материала. Таким образом, значительный вклад в снижение сил вредных сопротивлений при наклонном резании ножами с прямолинейной и фигурной кромками вносит эффект кинематической трансформации угла заточки элементарного ножа.

Выводы

1. Проведена постановка задачи аналитического определения силы сопротивления формы ножа при нормальном резании лезвием с прямой наклонной кромкой в условиях стесненного сжатия вязкоупругого материала. Разработаны математические модели для расчета размерных и безразмерных сил сопротивления формы ножа с прямой наклонной кромкой при неполном и полном погружении лезвия в вязкоупругий материал. Установлены основные зависимости процесса резания сырья от геометрии ножа с прямой наклонной кромкой, реологии мышечной ткани рыбы и скорости резания

2. Проведены экспериментальные исследования процесса наклонного резания мышечной ткани рыбы пластинчатым ножом с прямолинейной кромкой. Определена количественная зависимость силы вредного сопротивления от угла наклона пластинчатого ножа с прямолинейной кромкой к поверхности материала. Установлены виды функций, описывающих эмпирические зависимости сил вредных сопротивлений от угла наклона режущего органа. По результатам испытаний видно, что влияние геометрии лезвия на усилия резания достаточно точно описывается квадратичными регрессиями. Показано, что с уменьшением угла входа и увеличением угла наклона ножей указанные силы нелинейно и монотонно снижаются. Таким образом, режим наклонного резания приводит к улучшению качества порционированного рыбного продукта и ресурсосбережению. Полученные эмпирические формулы могут применяться в пищевой отрасли при расчете конструкций рабочих органов машин для порционирования рыбы.

3. Подтверждена правомерность использования принятого в теоретическом анализе положения о решающем влиянии трансформации геометрии элементарного ножа на сокращение сил сопротивлений резанию. Показано, что решающий вклад в полезный эффект сокращения вязкоупругих сил сопротивлений вносит снижение угла заточки и улучшение остроты лезвия, несмотря на возрастание сил трения при наклонном резании.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the Efficiency of Food Materials Cutting during Inclined and Shear Movements of Knife. *Materials*, 2022, Vol. 15, 289.

2. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Giurgiulescu L., Janowicz M., Jakubowski M. Experimental characterization and mathematical modeling of fracture and friction resistance forces during tuna cutting. *Journal of Food Engineering*, 2021, Vol. 307, 110648.

3. Boisly M., Schuldt S., Kaestner M.G., Schneider Y., Rohm H. Experimental characterisation and numerical modelling of cutting processes in viscoelastic solids. *Journal of Food Engineering*, 2016, no. 191, pp. 1-9.

4. Schuldt S., Arnold G., Kowalewski J., Schneider Y., Rohm H. Analysis of the sharpness of blades for food cutting. *Journal of Food Engineering*, 2016, no. 188, pp. 13-20.

5. Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. no. 91, pp. 33-45.

6. Atkins T. Optimum blade configurations for the cutting of soft solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, no. 73, pp. 2523-2531.

7. Spagnoli A., Brighenti R., Terzano M., Artoni F. Cutting resistance of soft materials: Effects of blade inclination and friction. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 200-206.

8. Spagnoli A., Terzano M., Brighenti R., Artoni F., Ståhle P. The fracture mechanics in cutting: A comparative study on hard and soft polymeric materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, no. 148, pp. 554-564.

9. Deibel K.-R., Lämmlein S., Wegener K. Model of slice-push cutting forces of stacked thin material. *Journal of Materials Processing Technology*, 2014, no. 214, pp. 667-672.

10. Ogunsina B.S., Bamgboye A.I. Fracture Resistance of Cashew Nuts as Influenced by Pre-Shelling Treatment. *International Journal of Food Properties*, 2013, vol. 16:7, pp. 1452-1459.

11. Sadowska J., Jeliński T., Błaszczak W., Konopka S., Fornal J., Rybiński W. The Effect of Seed Size and Microstructure on Their Mechanical Properties and Frictional Behavior. *International Journal of Food Properties*, 2013, vol. 16:4, pp. 814-825..

12. Goh S.M., Charalambides M.N., Williams J.G. On the mechanics of wire cutting of cheese. *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, no. 72, pp. 931-946..

13. Vandenberghe E., Charalambides M.N., Mohammed I.K., Ketelaere B.D., Baerdemaeker J.D., Claes J. Determination of a critical stress and distance criterion for crack propagation in cutting models of cheese. *Journal of Food Engineering*, 2017, no. 208, pp. 1-10.

14. Sridhar B.S., Sommer K. Finite Element Simulation of Fracture Mechanism of Fibrous Food. *International Journal of Food Properties*, 2013, vol. 16:2, pp. 444-460..

15. Takabi B., Tai B.L. A review of cutting mechanics and modeling techniques for biological materials. *Medical Engineering & Physics*, 2017, no. 45, pp. 1-14.

16. Pagani M, Perego U. Explicit dynamics simulation of blade cutting of thin elastoplastic shells using «directional» cohesive elements in solid-shell finite element models. *Computer methods in applied Mechanics and Engineering*, 2015, no. 285, pp. 515-541.

17. Holl H.J., Meindlhumer M., Simader V., Schnurer D., Brandl A. Experimental investigation of friction reduction by superimposed vibrations. *Materials Today: Proceedings*, 2018, no. 5, pp. 26615–26621.

18. Самойлова, Н.В. Математическое моделирование процесса резания рыбы ножом с фигурной криволинейной кромкой / Н.В. Самойлова, О.В. Агеев // Вестник науки и образования Северо-Запада России [Электронный ресурс]. – 2023. – Т. 9. – № 3. – Шифр: ЭЛ № ФС77–63282. – С. 7-26.

19. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife. *Journal of Friction and Wear*, 2019, vol. 40, no. 6, pp. 580-587.

20. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Математическое моделирование силы сопротивления формы двухкромочного ножа без боковых граней при резании рыбы // Известия КГТУ. 2019. № 53. С. 75-88.

References

1. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the Efficiency of Food Materials Cutting during Inclined and Shear Movements of Knife. *Materials*, 2022, Vol. 15, 289.

2. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Giurgiulescu L., Janowicz M., Jakubowski M. Experimental characterization and mathematical modeling of fracture and friction resistance forces during tuna cutting. *Journal of Food Engineering*, 2021, Vol. 307, 110648.

3. Boisly M., Schuldt S., Kaestner M.G., Schneider Y., Rohm H. Experimental characterisation and numerical modelling of cutting processes in viscoelastic solids. *Journal of Food Engineering*, 2016, no. 191, pp. 1-9.

4. Schuldt S., Arnold G., Kowalewski J., Schneider Y., Rohm H. Analysis of the sharpness of blades for food cutting. *Journal of Food Engineering*, 2016, no. 188, pp. 13-20.

5. Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. no. 91, pp. 33-45.

6. Atkins T. Optimum blade configurations for the cutting of soft solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, no. 73, pp. 2523-2531.

7. Spagnoli A., Brighenti R., Terzano M., Artoni F. Cutting resistance of soft materials: Effects of blade inclination and friction. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 200-206.

8. Spagnoli A., Terzano M., Brighenti R., Artoni F., Ståhle P. The fracture mechanics in cutting: A comparative study on hard and soft polymeric materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, no. 148, pp. 554-564.

9. Deibel K.-R., Lämmlein S., Wegener K. Model of slice-push cutting forces of stacked thin material. *Journal of Materials Processing Technology*, 2014, no. 214, pp. 667-672.

10. Ogunsina B.S., Bamgboye A.I. Fracture Resistance of Cashew Nuts as Influenced by Pre-Shelling Treatment. *International Journal of Food Properties*, 2013, vol. 16:7, pp. 1452-1459.

11. Sadowska J., Jeliński T., Błaszczak W., Konopka S., Fornal J., Rybiński W. The Effect of Seed Size and Microstructure on Their Mechanical Properties and Frictional Behavior. *International Journal of Food Properties*, 2013, vol. 16:4, pp. 814-825..

12. Goh S.M., Charalambides M.N., Williams J.G. On the mechanics of wire cutting of cheese. *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, no. 72, pp. 931-946..

13. Vandenberghe E., Charalambides M.N., Mohammed I.K., Ketelaere B.D., Baerdemaeker J.D., Claes J. Determination of a critical stress and distance criterion for crack propagation in cutting models of cheese. *Journal of Food Engineering*, 2017, no. 208, pp. 1-10.

14. Sridhar B.S., Sommer K. Finite Element Simulation of Fracture Mechanism of Fibrous Food. *International Journal of Food Properties*, 2013, vol. 16:2, pp. 444-460.

15. Takabi B., Tai B.L. A review of cutting mechanics and modeling techniques for biological materials. *Medical Engineering & Physics*, 2017, no. 45, pp. 1-14.

16. Pagani M, Perego U. Explicit dynamics simulation of blade cutting of thin elastoplastic shells using «directional» cohesive elements in solid-shell finite element models. *Computer methods in applied Mechanics and Engineering*, 2015, no. 285, pp. 515-541.

17. Holl H.J., Meindlhumer M., Simader V., Schnurer D., Brandl A. Experimental investigation of friction reduction by superimposed vibrations. *Materials Today: Proceedings*, 2018, no. 5, pp. 26615–26621.

18. Samojlova N.V., Ageev O.V. *Matematicheskoe modelirovanie protsessa rezaniya ryby nozhom s figurnoi krivolineinoi kromkoi* [Mathematical simulation of fish cutting process by knife with a figured edge]. Journal of Science and Education of North-West Russia, 2023, Vol. 9, No. 3, pp. 7–26.

19. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife. *Journal of Friction and Wear*, 2019, vol. 40, no. 6, pp. 580-587.

20. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A., Samojlova N.V. *Matematicheskoe modelirovanie sily soprotivleniya formy dvukhkromochnogo nozha bez bokovykh graney pri rezanii ryby* [Mathematical simulation of profile resistance force of double-edged knife without side edges during fish cutting]. Izvestiya Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta, 2019, No. 53, pp. 75-88.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ	INFORMATION ABOUT THE AUTHORS
Агеев Олег Вячеславович – доктор технических наук, профессор, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)	*Ageev Oleg Viatcheslavovich* – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)
Самойлова Наталья Владимировна – преподаватель-исследователь, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, e-mail: procyon@mail.ru)	*Samojlova Natalia Vladimirovna* – Lecturer Researcher, Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: procyon@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 01.07.2024; одобрена после рецензирования 12.07.2024, принята к публикации 25.07.2024.
The article was submitted 01.07.2024; approved after reviewing 12.07.2024; accepted for publication 25.07.2024.