Научная статья
УДК 664.951

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РОТАЦИОННОГО РЕЗАНИЯ ПИЩЕВОГО МАТЕРИАЛА

О.В. Агеев[1,*], Н.В. Самойлова[1]

[1] Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия
[*] E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Аннотация. Показана актуальность совершенствования процесса ротационного резания материала при порционировании пищевых продуктов. Рассмотрена схема ротационного резания вращающимся ножом с фигурной кромкой. Проанализированы параметры порционирования режущим органом, кромка которого очерчена в виде эксцентрической окружности. Получены математические модели для расчета угла скольжения кромки, угла защемления и фактического угла резания. Установлены основные зависимости указанных углов от полярного угла эксцентрикового лезвия, радиуса и эксцентриситета ножа, а также от конструктивных параметров продуктового окна. Рассчитаны характерные полярные углы, при которых имеет место контакт лезвия с дном продуктового окна и начало гарантированного разделения материала на части, полное разделение материала лезвием на части и начальный контакт режущей кромки с продуктовым окном. Направлением дальнейших исследований является динамический анализ и оптимизация процесса ротационного резания пищевых материалов вращающимися рабочими органами.

Ключевые слова: *пищевой материал; резание; ротор; скольжение; защемление; эксцентрик; кромка.*

Для цитирования: Агеев О.В., Самойлова Н.В. Математическое моделирование процесса ротационного резания пищевого материала // Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2024. Т. 10. № 2. С. 7–23.

Original article

MATHEMATICAL SIMULATION OF FOOD MATERIAL ROTARY CUTTING PROCESS

O.V. Ageev [1,*], N.V. Samojlova[1]

[1] Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia
[*] E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Abstract. The relevance of improving the process of rotational cutting of material during portioning food products is shown. The scheme of rotational cutting with a rotating figured edge knife is considered. The parameters of portioning by a cutting tool, the edge of which is outlined in the form of an eccentric circle, are analyzed. Mathematical models to calculate the sliding edge angle, pinch angle and actual cutting angle are obtained. The main dependences of these angles by the polar angle of the eccentric blade, the radius and eccentricity of the knife, as well as on the design parameters of the product window have been established. The characteristic polar angles at which the blade contacts the bottom of the product window and the beginning of guaranteed separation of the material into parts, complete separation of the material by the blade into parts and the initial contact of the cutting edge with the product window, are calculated. The direction of

© Агеев О.В., Самойлова Н.В., 2024

further research is the dynamic analysis and optimization of the process of rotational cutting of food materials by rotating working bodies.

Key words: *food material; cutting; rotor; sliding; pinching; eccentric; edge.*

For citation: Ageev O.V., Samojlova N.V. Mathematical simulation of food material rotary cutting process. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2024. V. 10, No. 2, pp. 7–23.

Введение

Наряду с пластинчатыми ножами, предназначенными для нормального резания материала [1], при порционировании пищевых продуктов широко применяются быстровращающиеся рабочие органы. Как показывают исследования [2, 3] современным требованиям по ресурсосбережению наиболее соответствуют ротационные порционирующие устройства с ножами, снабженными кромками криволинейной формы. При анализе и расчете процесса порционирования материала на базе таких конструкций необходимо исследовать взаимосвязи основных параметров режущих узлов машины, а также определить их оптимальные значения.

Как следует из вышеизложенного, геометрическая форма кромки ножа оказывает решающее влияние на эффективность процесса ротационного порционирования пищевых продуктов. Режущий орган должен соответствовать наименьшему расходу энергии на перемещение в материале, обеспечивать высокие значения угла скольжения и угла защемления. Следует отметить, что снижение указанных углов имеет весьма негативные последствия в отношении качества готового продукта и приводит к смятию материала, неровному срезу с потерей ценных внутриклеточных соков. Таким образом, обеспечение требуемых углов скольжения и защемления непосредственно связано с ресурсосбережением и показателями качества порционированной продукции.

В известных трудах отечественных и зарубежных ученых обстоятельным образом исследованы различные криволинейные формы режущих органов, профилированных по математическим кривым. В частности, в ряде известных публикаций [4-6], проведен анализ таких профилей кромок ножей, как логарифмическая спираль, гиперболическая спираль, параболическая спираль, архимедова спираль, эксцентрическая окружность, развертка окружности, инверсия развертки окружности.

В результате исследований различных авторов [7-9] показано, что наиболее предпочтительным рабочим органом является лезвие, форма кромки которого профилирована эксцентрической окружностью. Одновременно, резание прямолинейным быстровращающимся ножом является наименее выгодным, поскольку по мере продвижения кромки в материале угол скольжения и угол защемления значительно снижаются. Существенными недостатками также обладают режущие органы, формы кромок которых очерчены гиперболической спиралью и разверткой окружности.

При этом отметим, что с точки зрения эффективности наиболее выгодным является применение такого режущего инструмента, как быстроходный дисковый нож, однако его применение крайне затруднено, а зачастую и невозможно, в машинах для поперечного порционирования пищевых продуктов с неподвижным продуктовым окном [10, 11].

В известных работах до настоящего времени не ставились и не решались оптимизационные задачи по определению наилучших конструктивных параметров лезвий эксцентрикового типа. Большинство порционирующих рабочих органов с криволинейными кромками являются несбалансированными, что приводит к значительной неравномерности нагрузки на вал и преждевременному износу деталей машин. Также не ставились и не решались задачи динамического анализа процесса резания материала ножом эксцентрикового типа, что не позволяет обосновать дальнейший рост производительности порционирующего оборудования.

Таким образом, для ресурсосберегающего ротационного порционирования пищевых продуктов и разработки конкурентоспособных машин требуются научное обоснование конструктивных параметров сбалансированного режущего органа эксцентрикового типа, постановка и решение задачи оптимизации его геометрической формы, а также проведение динамического анализа процесса взаимодействия лезвия с материалом. Решение указанных задач необходимо для улучшения качества готовой продукции при обработке, экономии ценных пищевых ресурсов, снижения износа ножей, повышения долговечности узлов порционирующих машин за счет снижения усилий и мощности резания, а также для повышения производительности технологических линий и сокращения издержек пищевых производств.

Целью настоящей статьи является разработка комплекса математических моделей для расчета и оптимизации геометрических параметров процесса ротационного резания пищевого материала, при которых обеспечиваются ресурсосбережение и улучшение качества готового продукта.

Постановка задачи и математическое моделирование

На рис. 1 показана схема ротационного резания материала вращающимся ножом с фигурной кромкой. При этом основными параметрами процесса являются следующие: высота h_0 продуктового окна $ABCD$; ширина b продуктового окна; высота h_p расположения оси вращения фигурного ножа над дном продуктового окна; угол τ скольжения режущей кромки; угол χ защемления материала режущей кромкой; угол φ поворота фигурного ножа; расстояние d от оси вращения фигурного ножа до продуктового окна по горизонтали; расстояние s от оси вращения ножа до точки контакта фигурного лезвия с дном продуктового окна.

Очевидно, что при резании материала точка контакта E фигурной кромки с дном продуктового окна перемещается вдоль линии AB, а декартова координата s указанной точки при этом возрастает.

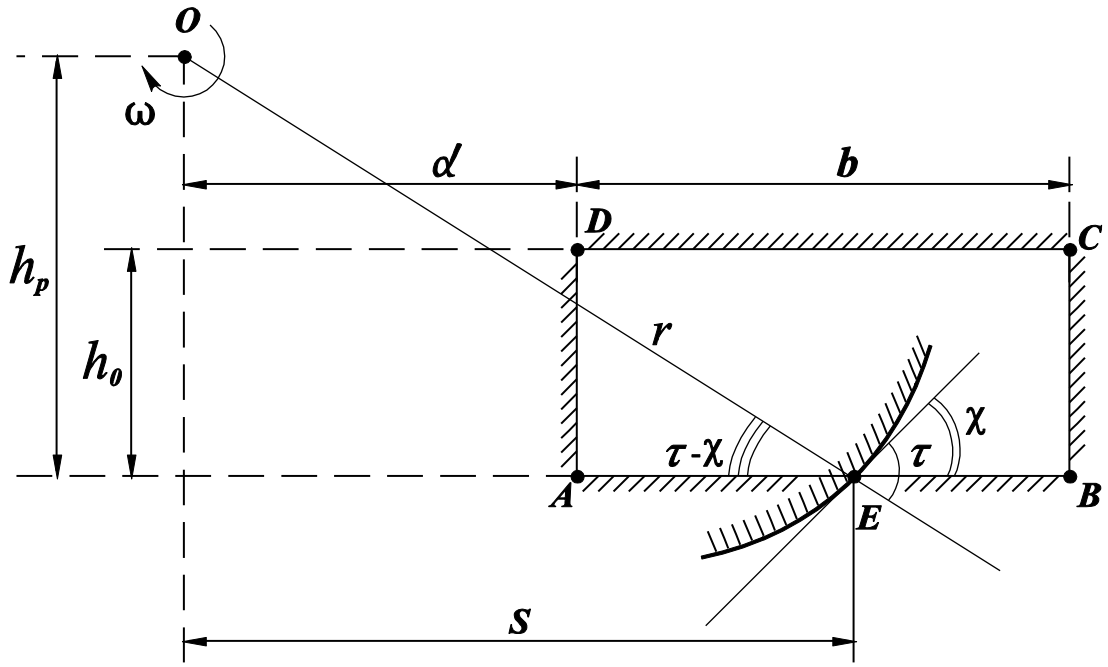


Рисунок 1 - Схема ротационного резания материала вращающимся ножом с фигурной кромкой (*ABCD* – продуктовое окно; *O* – центр вращения фигурного ножа; *E* – точка контакта фигурной режущей кромки с дном продуктового окна)

Из рис. 1 получим следующие основные соотношения:

$$r^2 = s^2 + h_p^2; \quad (1)$$

$$s = r \cdot \cos(\tau - \chi); \quad (2)$$

$$h_p = r \cdot \sin(\tau - \chi) = s \cdot tg(\tau - \chi). \quad (3)$$

Заметим, что углы τ и χ являются углами между касательной к криволинейной кромке лезвия в точке контакта E и, соответственно, отрезками OE и AE.

В общем случае форма кромки криволинейного пластинчатого лезвия представляет собой плоскую кривую, которая определяется соответствующим уравнением. Рассмотрим нож для порционирования пищевых продуктов, кромка которого очерчена в виде эксцентрической окружности (рис. 2). Такой рабочий орган представляет собой диск, центр вращения которого находится вне его геометрического центра. Математическое описание кромки ножа представим в следующем виде:

$$R^2 = r^2 + e^2 + 2 \cdot e \cdot r \cdot \cos\theta, \quad (4)$$

где R – радиус диска; e – эксцентриситет; r – радиус-вектор; θ - полярный угол.

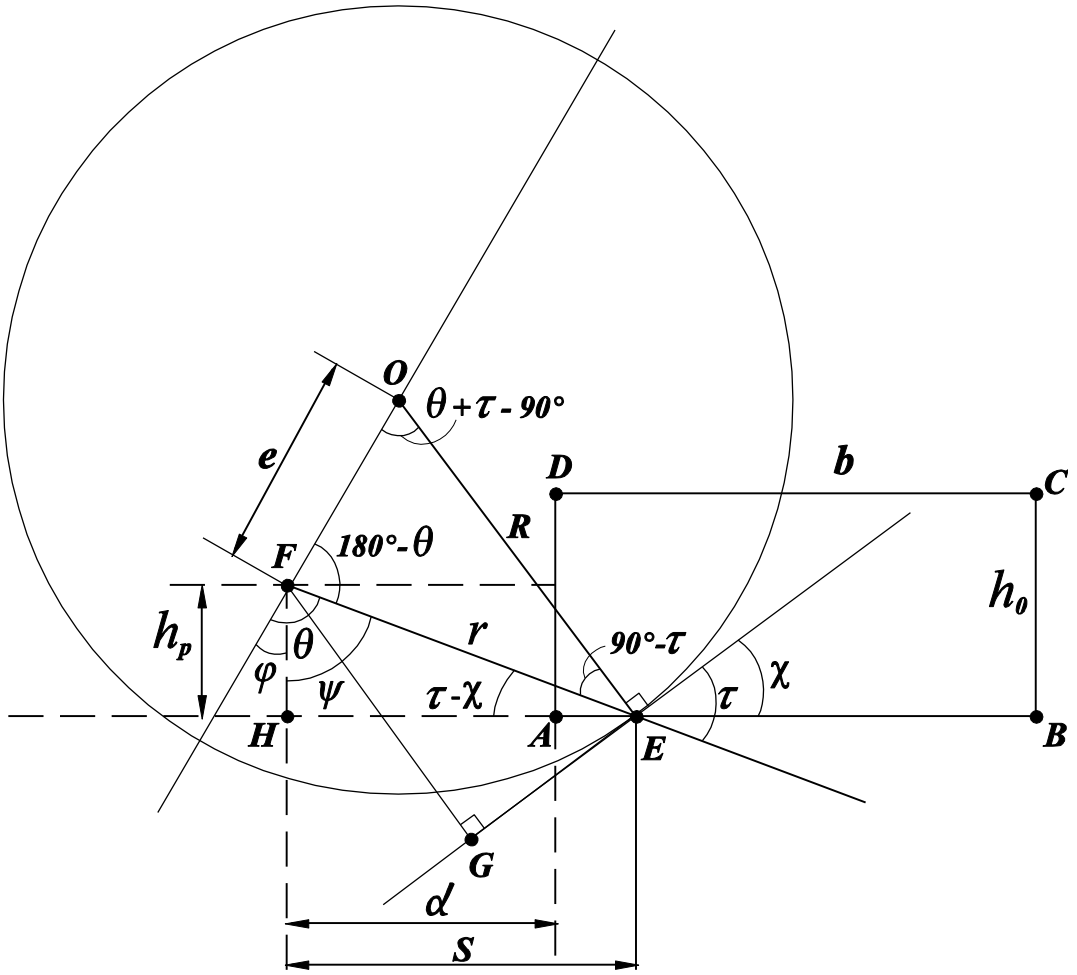


Рисунок 2 - Схема ротационного резания материала ножом эксцентрикового типа (F – центр вращения ножа; O – геометрический центр ножа; $ABCD$ – продуктовое окно; E – точка контакта режущей кромки с дном продуктового окна)

Из рис. 2 видно, что $OF = e$; $FH = h_p$; $BC = h_0$; $OE = R$; $FE = r$; угол $FEG = \tau$; угол $HEG = \chi$; угол $FEH = \tau - \chi$; $HA = d$; $HE = s$; $DC = b$.

Из выражения (4) получим формулу для определения радиус-вектора:

ISSN 2413–9858

$$r = \sqrt{e^2 \cdot \cos^2\theta - e^2 + R^2} - e \cdot \cos\theta. \quad (5)$$

Определим угол скольжения τ режущей кромки при контакте с продуктовым окном. Согласно теореме косинусов из треугольника *FOE* имеем:

$$e^2 = R^2 + r^2 - 2 \cdot R \cdot r \cdot \cos(90° - \tau) = R^2 + r^2 - 2 \cdot R \cdot r \cdot \sin\tau. \quad (6)$$

Подставим выражение (4) в формулу (6):

$$e^2 = r^2 + e^2 + 2 \cdot e \cdot r \cdot \cos\theta + r^2 - 2 \cdot R \cdot r \cdot \sin\tau = \\ = 2 \cdot r^2 + e^2 + 2 \cdot e \cdot r \cdot \cos\theta - 2 \cdot R \cdot r \cdot \sin\tau. \quad (7)$$

Из (7) получим:

$$\sin\tau = \frac{r + e \cdot \cos\theta}{R}. \quad (8)$$

Согласно теореме синусов из треугольника *FOE* имеем:

$$\frac{R}{\sin(180° - \theta)} = \frac{e}{\sin(90° - \tau)}; \quad (9)$$

$$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{e}{\cos\tau}. \quad (10)$$

Из (10) следует, что

$$R = \frac{e}{\cos\tau} \cdot \sin\theta. \quad (11)$$

С учетом формулы (11) преобразуем выражение (8) к следующему виду:

$$\sin\tau = \frac{r + e \cdot \cos\theta}{e \cdot \sin\theta} \cdot \cos\tau, \quad (12)$$

откуда следует

$$tg\,\tau = \frac{r + e \cdot \cos\theta}{e \cdot \sin\theta}. \quad (13)$$

Подставив в формулу (13) выражение (5), получим:

$$tg\,\tau = \frac{\sqrt{e^2 \cdot \cos^2\theta - e^2 + R^2}}{e \cdot \sin\theta}; \quad (14)$$

$$\tau = arctg\,\frac{\sqrt{e^2 \cdot \cos^2\theta - e^2 + R^2}}{e \cdot \sin\theta}. \quad (15)$$

Определим характерные полярные углы, при которых осуществляются:

- контакт лезвия с дном продуктового окна в точке *A* и начало гарантированного разделения материала на части (угол θ_H);
- полное разделение материала лезвием на части в точке *B* (угол θ_K);
- начальный контакт режущей кромки с продуктовым окном в точке *D* (угол θ_0).

Из выражения (4) имеем:

$$\cos\theta = \frac{R^2 - r^2 - e^2}{2 \cdot e \cdot r}. \quad (16)$$

Из треугольника *FHE* видим, что

$$r = \sqrt{s^2 + h_p^2}\ ;\ r^2 = s^2 + h_p^2. \quad (17)$$

Подставим формулы (17) в выражение (16):

$$\cos\theta = \frac{R^2 - s^2 - h_p^2 - e^2}{2 \cdot e \cdot \sqrt{s^2 + h_p^2}}. \quad (18)$$

Заметим, что при $\theta = \theta_H$: $s = d$; при $\theta = \theta_K$: $s = d+b$. Тогда из (18) имеем:

$$\theta_H = \arccos\frac{R^2 - d^2 - h_p^2 - e^2}{2 \cdot e \cdot \sqrt{d^2 + h_p^2}}; \quad (19)$$

$$\theta_K = \arccos\frac{R^2 - (d+b)^2 - h_p^2 - e^2}{2 \cdot e \cdot \sqrt{(d+b)^2 + h_p^2}}. \quad (20)$$

Радиус-вектор r в точке D равен:

$$r = \sqrt{d^2 + (h_0 - h_p)^2}\ ;\ r^2 = d^2 + (h_0 - h_p)^2. \quad (21)$$

С учетом (21) из (16) получим:

$$\theta_0 = \arccos\frac{R^2 - d^2 - (h_0 - h_p)^2 - e^2}{2 \cdot e \cdot \sqrt{d^2 + (h_0 - h_p)^2}}. \quad (22)$$

При расчете режущего органа важно знать значения характерных углов поворота φ_H и φ_K, при которых имеет место контакт фигурной кромки с соответствующими точками *A* и *B* продуктового окна (рис. 2). Из рис. 2 видим, что

$$tg\,\psi = \frac{s}{h_p};\ \psi = arctg\,\frac{s}{h_p}. \quad (23)$$

Одновременно

$$\angle\theta = \angle\varphi + \angle\psi;\ \angle\varphi = \angle\theta - \angle\psi. \quad (24)$$

С учетом уравнений (18) и (23) из формулы (24) получим выражение для угла поворота лезвия:

$$\varphi = \arccos\frac{R^2 - s^2 - h_p^2 - e^2}{2 \cdot e \cdot \sqrt{s^2 + h_p^2}} - arctg\,\frac{s}{h_p}. \quad (25)$$

Характерные начальный и конечный углы поворота соответственно равны:

ISSN 2413–9858

$$\varphi_H = \arccos\frac{R^2 - d^2 - h_p^2 - e^2}{2\cdot e\cdot\sqrt{d^2 + h_p^2}} - arctg\frac{d}{h_p}; \quad (26)$$

$$\varphi_K = \arccos\frac{R^2 - (d+b)^2 - h_p^2 - e^2}{2\cdot e\cdot\sqrt{(d+b)^2 + h_p^2}} - arctg\frac{d+b}{h_p}. \quad (27)$$

Определим угол защемления χ при резании материала ножом эксцентрикового типа. Из треугольника *FHE* (рис. 2) следует:

$$\sin(\tau - \chi) = \frac{h_p}{r};\ \ \tau - \chi = \arcsin\frac{h_p}{r}; \quad (28)$$

$$\chi = \tau - \arcsin\frac{h_p}{r}. \quad (29)$$

Подставим в формулу (29) полученные выше выражения (5) и (15):

$$\chi = arctg\frac{\sqrt{e^2\cdot\cos^2\theta - e^2 + R^2}}{e\cdot\sin\theta} - \arcsin\frac{h_p}{\sqrt{e^2\cdot\cos^2\theta - e^2 + R^2} - e\cdot\cos\theta}. \quad (30)$$

По мере прохождения точкой контакта *E* продуктового окна изменяется отношение тангенциальной составляющей скорости указанной точки к нормальной составляющей. Это означает, что фактический угол резания α_ϕ также изменяется по мере увеличения полярного угла θ вследствие эффекта кинематической трансформации угла заточки ножа. В связи с этим, определим закон изменения фактического угла резания в зависимости от полярного угла.

Согласно рис. 2 угол кинематического подъема элементарного ножа в точке *E* равен углу скольжения τ. Фактический угол резания в указанной точке фигурной кромки составляет:

$$tg\alpha_\phi = tg\alpha\cdot\cos\tau. \quad (31)$$

Известно, что

$$\cos\tau = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\tau}}. \quad (32)$$

С учетом (32) из (31) получим:

$$tg\alpha_\phi = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1 + tg^2\tau}}. \quad (33)$$

Подставим выражение (14) в формулу (33) и получим:

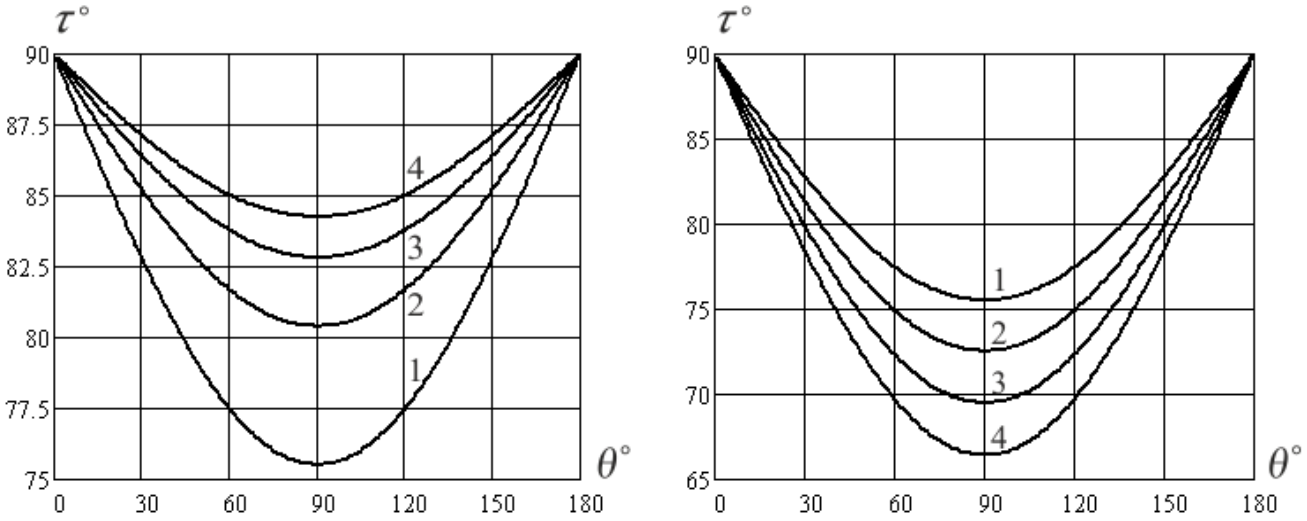
$$\alpha_\phi = arctg\frac{tg\alpha}{\sqrt{1 + \frac{e^2\cdot\cos^2\theta - e^2 + R^2}{e^2\cdot\sin^2\theta}}}. \quad (34)$$

ISSN 2413–9858

Результаты математического моделирования и их обсуждение

На основе выражения (15) представляется возможным определить зависимости угла скольжения τ от полярного угла θ при различных значениях эксцентриситета e и радиуса R рабочего органа. Это позволяет установить наиболее выгодный рабочий участок режущей кромки рассматриваемого ножа.

На рис. 3,*а* приведены результаты моделирования угла скольжения эксцентрикового ножа в зависимости от полярного угла при четырех различных значениях радиуса лезвия. На рис. 3,*б* представлены результаты расчетов при четырех различных значениях эксцентриситета ножа. На рис. 4,*а* изображены результаты моделирования угла скольжения в зависимости от эксцентриситета ножа при четырех различных значениях полярного угла, на рис. 4,*б* - в зависимости от радиуса ножа.



а *б*

Рисунок 3 - Зависимости угла скольжения эксцентрикового ножа от полярного угла.

а – при различных значениях радиуса ножа ($e = 0{,}05$ м):

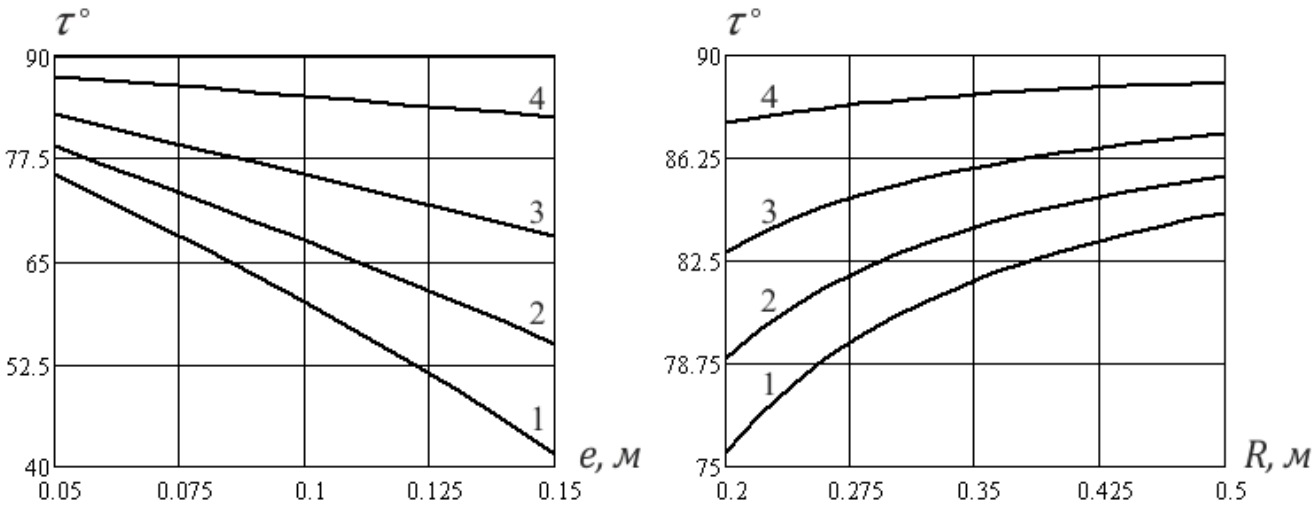
1 – $R = 0{,}2$ м; 2 – $R = 0{,}3$ м; 3 – $R = 0{,}4$ м; 4 – $R = 0{,}5$ м;

б – при различных значениях эксцентриситета ($R = 0{,}2$ м):

1 – $e = 0{,}05$ м; 2 – $e = 0{,}06$ м; 3 – $e = 0{,}07$ м; 4 – $e = 0{,}08$ м

Рис. 3,*а* и рис. 3,*б* демонстрируют, что угол скольжения эксцентрикового ножа с увеличением полярного угла изменяется немонотонно и нелинейно. В диапазоне полярных углов от 0º до 90º угол скольжения сокращается, в диапазоне полярных углов от 90º до 180º - соответственно повышается. Согласно приведенным данным, имеется явно выраженный минимум угла скольжения, который соответствует наименее выгодному значению полярного угла $\theta = 90°$.

Рис. 4,*а* показывает, что увеличение эксцентриситета ножа при постоянном радиусе обусловливает монотонное и нелинейное снижение угла скольжения лезвия. Рис. 4,*б* иллюстрирует, что увеличение радиуса ножа при постоянном эксцентриситете приводит к монотонному и нелинейному росту угла скольжения, что положительно влияет на процесс порционирования.



а *б*

Рисунок 4 - Зависимости угла скольжения эксцентрикового ножа
от эксцентриситета и радиуса лезвия при различных значениях полярного угла.
а – зависимость от эксцентриситета ($R = 0{,}2$ м);
б – зависимость от радиуса ножа ($e = 0{,}05$ м);
1 – $\theta = 90°$; 2 – $\theta = 130°$; 3 – $\theta = 150°$; 4 – $\theta = 170°$

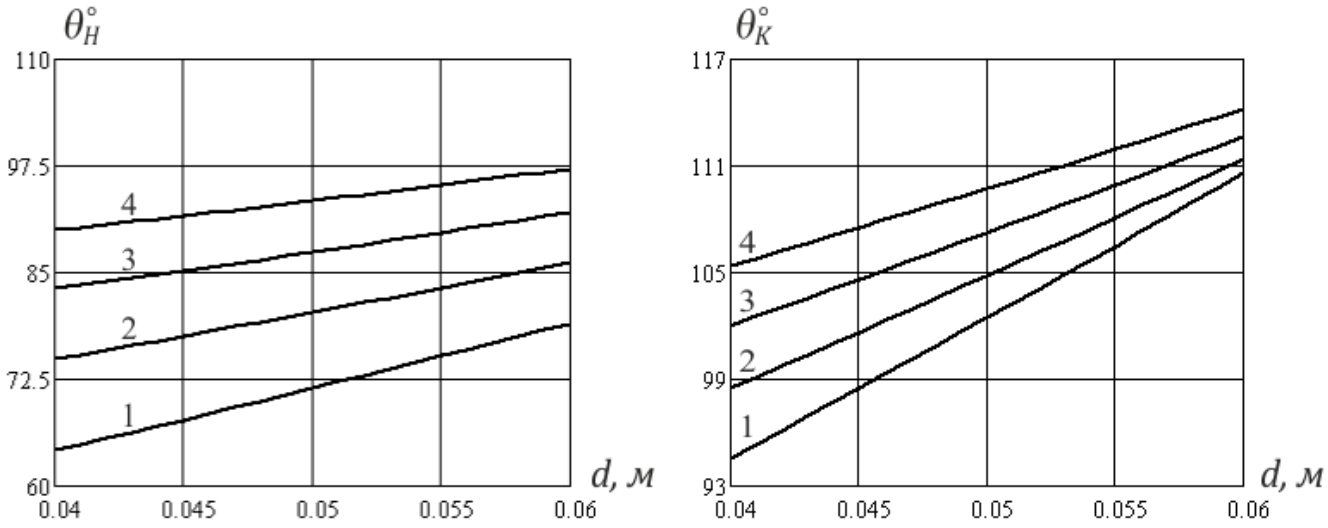
Следует отметить, что значение угла скольжения τ имеет существенное влияние на усилия резания при порционировании материала. Условие возрастания угла скольжения при увеличении полярного угла является необходимым для обеспечения качества среза и энергосбережения. Это позволяет заключить, что участок режущей кромки, соответствующий диапазону полярных углов от 90º до 180º, является наиболее выгодным по критерию роста угла скольжения вращающегося ножа.

Выражения (19), (20), (22) позволяют рассчитать соответствующие характерные полярные углы при заданных конструктивных параметрах режущего органа и расположения продуктового окна. Кроме того, возможно решить обратную задачу: рассчитать конструктивные параметры порционирующего устройства, если заданы соответствующие полярные углы.

На рис. 5,*а* приведены результаты моделирования характерного полярного угла θ_H в зависимости от конструктивного параметра d (расстояние от оси вращения фигурного ножа до продуктового окна по горизонтали) при четырех различных значениях эксцентриситета. На рис. 5,*б* представлены результаты расчетов характерного полярного угла θ_K в зависимости от конструктивного параметра d .

На рис. 6,*а* показаны результаты моделирования начального полярного угла θ_0 в зависимости от конструктивного параметра d при четырех различных значениях эксцентриситета. На рис. 6,*б* приведены результаты расчетов указанного начального угла в зависимости от конструктивного параметра d при четырех различных значениях высоты продуктового окна.

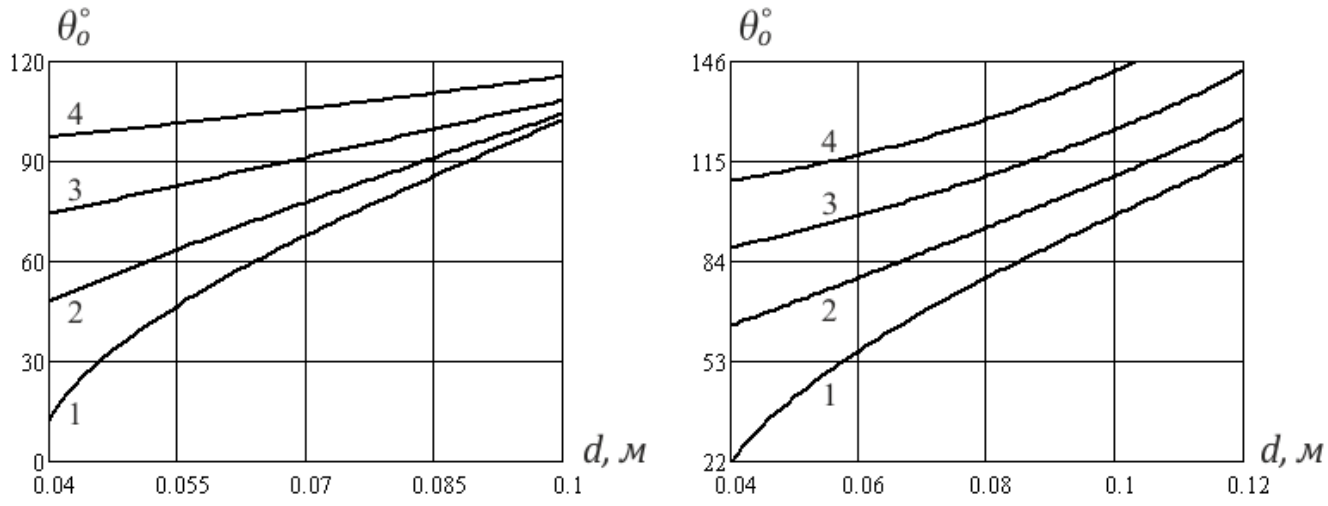
Рис. 5 демонстрирует, что увеличение горизонтального расстояния d от оси вращения фигурного ножа до продуктового окна приводит к монотонному и нелинейному росту характерных углов θ_H и θ_K. При этом повышение эксцентриситета лезвия также обусловливает рост указанных углов. Знание данной закономерности позволяет научно обоснованно задать такие конструктивные параметры порционирующего устройства, чтобы резание осуществлялось в диапазоне выгодных полярных углов ножа.



а *б*

Рисунок 5 - Зависимости характерных полярных углов от конструктивного параметра d при четырех различных значениях эксцентриситета лезвия ($R = 0{,}12$ м; $b = 0{,}04$ м; $h_p = 0{,}08$ м; $h_0 = 0{,}15$ м).

а – зависимости характерного полярного угла θ_H;
б – зависимости характерного полярного угла θ_K;
1 – $e = 0{,}05$ м; 2 – $e = 0{,}06$ м; 3 – $e = 0{,}07$ м; 4 – $e = 0{,}08$ м



а *б*

Рисунок 6 - Зависимости начального полярного угла от конструктивного параметра d ($R = 0{,}12$ м; $b = 0{,}04$ м; $h_p = 0{,}08$ м).

а – при четырех различных значениях эксцентриситета ($h_0 = 0{,}15$ м):
1 – $e = 0{,}04$ м; 2 – $e = 0{,}05$ м; 3 – $e = 0{,}07$ м; 4 – $e = 0{,}10$ м;
б – при четырех различных значениях высоты продуктового окна ($e = 0{,}05$ м):
1 – $h_0 = 0{,}14$ м; 2 – $h_0 = 0{,}16$ м; 3 – $h_0 = 0{,}18$ м; 4 – $h_0 = 0{,}20$ м

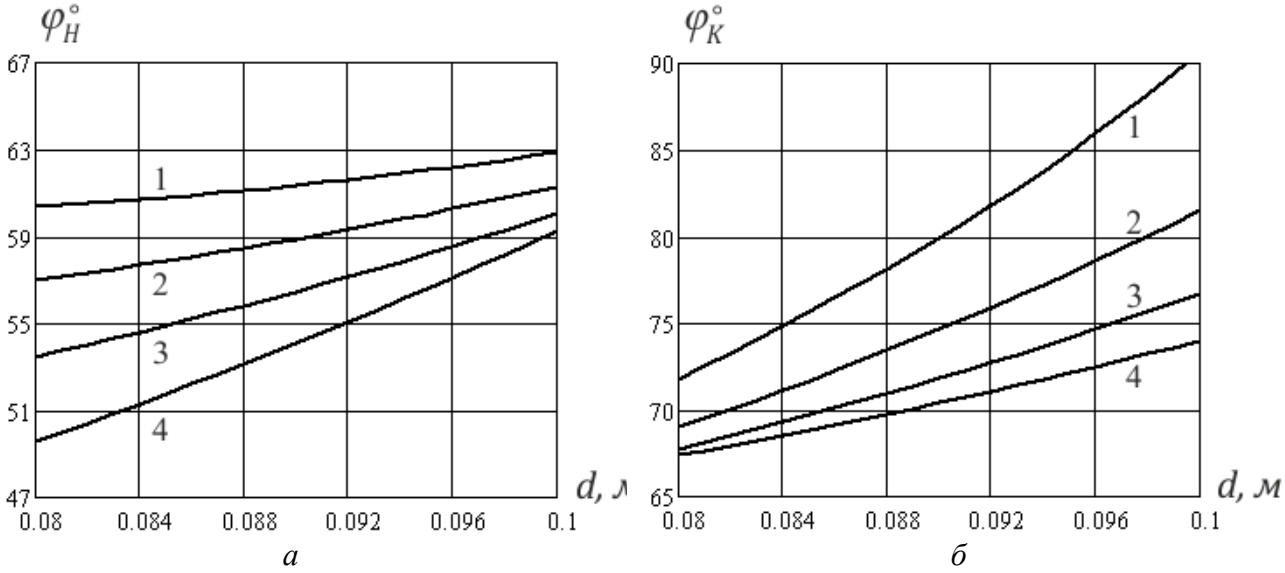
Рис. 6 иллюстрирует, что увеличение конструктивного параметра d приводит к монотонному и нелинейному росту начального угла θ_0. В данном случае повышение

эксцентриситета лезвия и высоты продуктового окна также обусловливает рост указанного угла.

Полученные данные позволяют установить выгодные значения расстояния d в сочетании со значениями радиуса и эксцентриситета лезвия, при которых характерный угол θ_H будет составлять более 90º.

Выражения (26), (27) позволяют определить соответствующие характерные углы поворота ножа φ_H и φ_K при заданных конструктивных параметрах режущего органа и расположения продуктового окна. Также возможно решить обратную задачу - рассчитать конструктивные параметры, если заданы соответствующие начальный и конечный углы поворота лезвия.

На рис. 7,*а* приведены результаты моделирования начального угла поворота эксцентрикового ножа φ_H в зависимости от конструктивного параметра d при четырех различных значениях эксцентриситета, на рис. 7,*б* – результаты расчетов конечного угла поворота φ_K.



а *б*

Рисунок 7 - Зависимости характерных углов поворота ножа от конструктивного параметра d при четырех различных значениях эксцентриситета лезвия ($R = 0{,}12$ м; $b = 0{,}04$ м; $h_p = 0{,}08$ м).

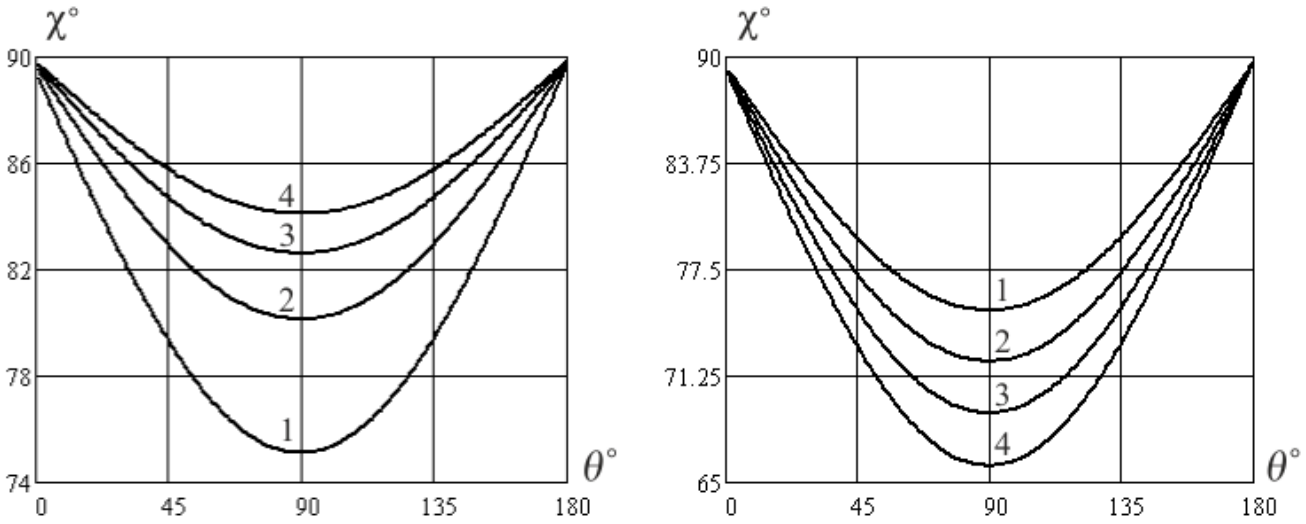
а – зависимости характерного полярного угла φ_H;
б – зависимости характерного полярного угла φ_K;
1 – $e = 0{,}05$ м; 2 – $e = 0{,}06$ м; 3 – $e = 0{,}07$ м; 4 – $e = 0{,}08$ м

Рис. 7 демонстрирует, что характерные начальный и конечный углы поворота эксцентрикового ножа монотонно и нелинейно возрастают с увеличением расстояния *d*. Полученные результаты показывают, что повышение эксцентриситета лезвия обусловливает снижение указанных углов.

На основе выражения (30) представляется возможным определить зависимости угла защемления χ от полярного угла θ при различных значениях радиуса R рабочего органа, эксцентриситета e, высоты h_p расположения оси вращения фигурного ножа над дном продуктового окна. Это также позволяет установить наиболее выгодные рабочие участки режущей кромки рассматриваемого ножа. Отметим, что угол защемления, в отличие от угла скольжения, зависит дополнительно от параметра положения h_p продуктового окна относительно оси вращения эксцентрикового ножа.

На рис. 8,*а* приведены результаты моделирования угла защемления эксцентрикового ножа в зависимости от полярного угла при четырех различных значениях радиуса лезвия, на рис. 8,*б* – при четырех различных значениях эксцентриситета. На рис. 9 представлены результаты расчетов угла защемления при восьми различных значениях высоты расположения оси вращения ножа над дном продуктового окна.

Рис. 8 демонстрирует, что с увеличением полярного угла эксцентрикового ножа угол защемления изменяется немонотонно и нелинейно. Как и угол скольжения, в диапазоне полярных углов от 0º до 90º угол защемления сокращается, в диапазоне полярных углов от 90º до 180º - повышается. Согласно результатам расчетов, имеется явно выраженный минимум угла защемления, который соответствует наименее выгодному значению полярного угла $\theta = 90°$. Таким образом, указанный полярный угол эксцентрикового ножа является наименее выгодным для процесса порционирования сразу по двум критериям: углу скольжения и углу защемления.



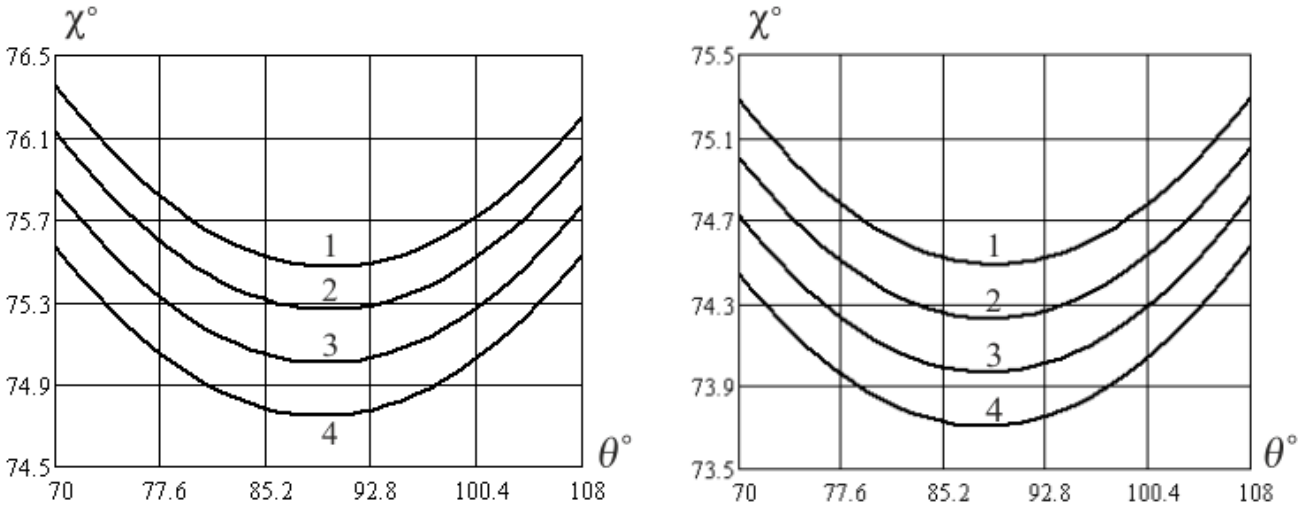
а *б*

Рисунок 8 - Зависимости угла защемления эксцентрикового ножа от полярного угла ($h_p = 0{,}08$ м).

а – при различных значениях радиуса ножа ($e = 0{,}05$ м):
1 – $R = 0{,}2$ м; 2 – $R = 0{,}3$ м; 3 – $R = 0{,}4$ м; 4 – $R = 0{,}5$ м;
б – при различных значениях эксцентриситета ($R = 0{,}2$ м):
1 – $e = 0{,}05$ м; 2 – $e = 0{,}06$ м; 3 – $e = 0{,}07$ м; 4 – $e = 0{,}08$ м

Рис. 8,*а* иллюстрирует, что увеличение радиуса ножа при постоянном эксцентриситете является причиной монотонного и нелинейного роста угла защемления, что положительно влияет на процесс порционирования. Рис. 8,*б* показывает, что повышение эксцентриситета ножа при постоянном радиусе обусловливает монотонное и нелинейное снижение угла защемления лезвия.

Рис. 9 демонстрирует, что увеличение высоты h_p расположения оси вращения фигурного ножа над дном продуктового окна приводит к монотонному и нелинейному сокращению угла защемления. Согласно приведенным данным, угол защемления достигает наибольшего значения при полном разделении материала лезвием на части в точке *B*.



а *б*

Рисунок 9 - Зависимости угла защемления эксцентрикового ножа от полярного угла при различных значениях параметра h_p ($R = 0{,}2$ м; $e = 0{,}05$ м).

а: 1 – $h_p = 0{,}01$ м; 2 – $h_p = 0{,}05$ м; 3 – $h_p = 0{,}10$ м; 4 – $h_p = 0{,}15$ м;

б: 1 – $h_p = 0{,}20$ м; 2 – $h_p = 0{,}25$ м; 3 – $h_p = 0{,}30$ м; 4 – $h_p = 0{,}35$ м

На основе выражения (34) рассчитаем зависимости фактического угла резания $\alpha_ф$ от полярного угла θ при различных значениях эксцентриситета e и радиуса R рабочего органа. Это позволяет установить наиболее выгодный рабочий участок режущей кромки эксцентрикового ножа.

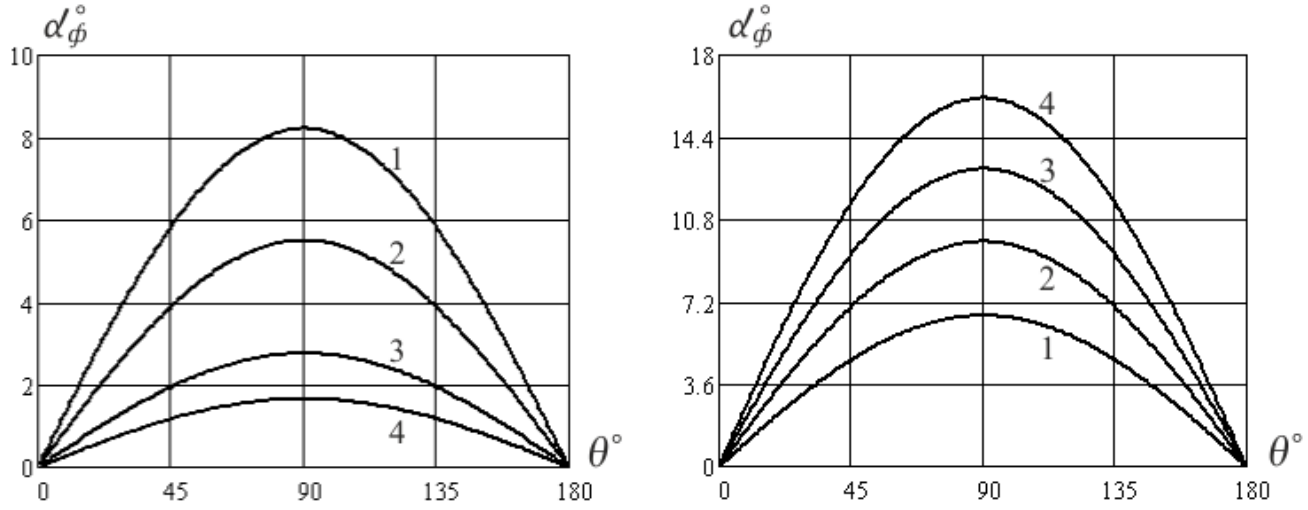
На рис. 10,*а* приведены результаты моделирования фактического угла резания эксцентрикового ножа в зависимости от полярного угла при четырех различных значениях радиуса лезвия и заданном конструктивном угле заточки, на рис. 10,*б* - при четырех различных значениях эксцентриситета. На рис. 11 показаны результаты расчетов фактического угла резания при восьми различных значениях конструктивного угла заточки ножа.

Рис. 10 демонстрирует, что с увеличением полярного угла эксцентрикового лезвия фактический угол резания элементарного ножа испытывает сложную геометрическую трансформацию, в результате чего его значение немонотонно и нелинейно изменяется. В диапазоне полярных углов от 0º до 90º фактический угол резания возрастает (элементарный нож затупляется), в диапазоне полярных углов от 90º до 180º - снижается (элементарный нож заостряется).

Согласно результатам расчетов, имеется явно выраженный максимум фактического угла резания, который соответствует наименее выгодному значению полярного угла $\theta = 90°$ и наибольшему затуплению элементарного ножа.

Таким образом, указанный полярный угол эксцентрикового ножа является наименее выгодным для процесса порционирования и по третьему критерию: фактическому углу резания элементарного ножа.

Следует при этом отметить, что даже наименее выгодный фактический угол резания при полярном угле $\theta = 90°$ значительно меньше конструктивного угла заточки α. Это подтверждает высокую эффективность такого рабочего органа, как нож эксцентрикового типа.



а *б*

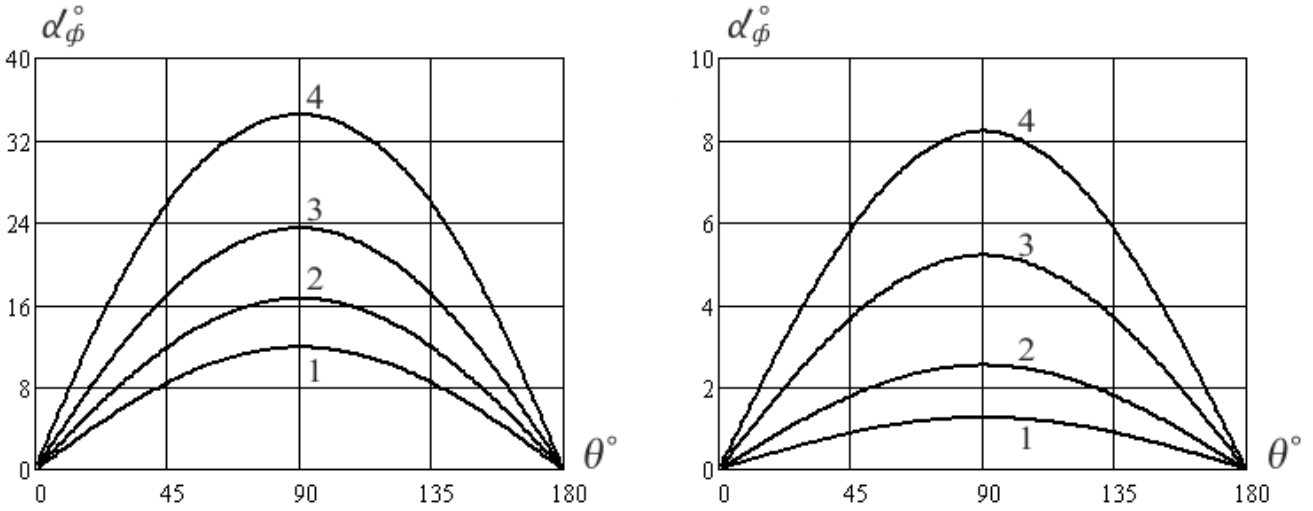
Рисунок 10 - Зависимости фактического угла резания эксцентрикового ножа от полярного угла ($\alpha = 30°$).

а – при различных значениях радиуса ножа ($e = 0{,}05$ м):

1 – $R = 0{,}2$ м; 2 – $R = 0{,}3$ м; 3 – $R = 0{,}6$ м; 4 – $R = 1$ м;

б – при различных значениях эксцентриситета ($R = 0{,}2$ м):

1 – $e = 0{,}04$ м; 2 – $e = 0{,}06$ м; 3 – $e = 0{,}08$ м; 4 – $e = 0{,}10$ м



а *б*

Рисунок 11 - Зависимости фактического угла резания эксцентрикового ножа от полярного угла при различных значениях конструктивного угла заточки ножа ($R = 0{,}2$ м; $e = 0{,}05$ м).

а: 1 – $\alpha = 40°$; 2 – $\alpha = 50°$; 3 – $\alpha = 60°$; 4 – $\alpha = 70°$;

б: 1 – $\alpha = 5°$; 2 – $\alpha = 10°$; 3 – $\alpha = 20°$; 4 – $\alpha = 30°$

Рис. 10,*а* иллюстрирует, что увеличение радиуса лезвия приводит к сокращению фактического угла резания, что способствует существенному снижению усилий резания и улучшению качества среза. Рис. 10,*б* показывает, что повышение эксцентриситета ножа обусловливает рост фактического угла резания и затупление элементарного ножа.

Рис. 11 демонстрирует, что снижение конструктивного угла заточки ожидаемо приводит к сокращению фактического угла резания. Таким образом, для повышения эффективности процесса порционирования целесообразно сокращать конструктивный угол заточки, а также увеличивать радиус ножа при ограничениях на эксцентриситет режущего органа. Следует отметить, что радиус и эксцентриситет ножа в значительной мере определяются конструктивными размерами и положением продуктового окна, расчет которых должен проводиться с учетом эффективности процесса резания.

Выводы

1. Проведен анализ процесса ротационного резания пищевого материала рабочими органами с криволинейной кромкой, в результате чего показано, что наиболее эффективным рабочим органом при ротационном резании является нож эксцентрикового типа.

2. Проанализированы схема ротационного резания материала ножом эксцентрикового типа и параметры процесса порционирования, в результате чего получен комплекс математических моделей для расчета угла скольжения, угла защемления и фактического угла резания эксцентрикового ножа.

3. Рассчитаны аналитические зависимости угла скольжения, угла защемления и фактического угла резания от полярного угла эксцентрикового лезвия, радиуса и эксцентриситета ножа, а также от конструктивных параметров продуктового окна.

4. Показано, что в диапазоне полярных углов от 90º до 180º угол скольжения и угол защемления увеличиваются, а фактический угол резания снижается. Установлено, что фактический угол резания существенно меньше конструктивного угла заточки при любых полярных углах лезвия. Указанные обстоятельства способствуют значительному снижению усилий резания и улучшению качества среза, что подтверждает эффективность применения эксцентрикового ножа.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Математическое моделирование силы сопротивления формы двухкромочного ножа без боковых граней при резании рыбы // Известия КГТУ. 2019. № 53. С. 75-88.

2. Самойлова, Н.В. Математическое моделирование процесса резания рыбы ножом с фигурной криволинейной кромкой / Н.В. Самойлова, О.В. Агеев // Вестник науки и образования Северо-Запада России [Электронный ресурс]. – 2023. – Т. 9. – № 3. – Шифр: ЭЛ № ФС77–63282. – С. 7-26.

3. Ageev O.V., Jakubowski M., Giurgiulescu L. Mathematical simulation of deformation friction force during food material cutting. *Carpathian Journal of Food Science and Technology*, 2020, Vol. 12 (4), pp. 5-11.

4. Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. no. 91, pp. 33-45.

5. Spagnoli A., Terzano M., Brighenti R., Artoni F., Ståhle P. The fracture mechanics in cutting: A comparative study on hard and soft polymeric materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, no. 148, pp. 554-564.

6. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the Efficiency of Food Materials Cutting during Inclined and Shear Movements of Knife. *Materials*, 2022, Vol. 15, 289.

7. Zheng Y. R., Liu Z. M., Mo B. H. Texture profile analysis of sliced cheese in relation to chemical composition and storage temperature. *Journal of Chemistry*, 2016, Vol. 2016, 10.

8. Xiao-Ping Zhou, Liang Fu, Wang Ju, Berto F. An experimental study of the mechanical and fracturing behavior in PMMA specimen containing multiple 3D embedded flaws under uniaxial compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, No. 101, pp. 207-216.

9. Sridhar B.S., Sommer K. Finite Element Simulation of Fracture Mechanism of Fibrous Food. *International Journal of Food Properties*, 2013, Vol. 16:2, pp. 444-460.

10. Агеев, О.В. Математическое моделирование процесса разрушения волокон мышечной ткани при резании рыбы / О.В. Агеев, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов // Известия КГТУ. – 2021. – № 60. – С. 57-73.

11. Агеев, О.В. Оптимизация формы профиля ножа для ресурсосберегающей первичной обработки рыбы / О.В. Агеев, Ю.А. Фатыхов, Е.Е. Иванова // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. – 2020. – № 1 (373). – С. 77-80.

References

1. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A., Samojlova N.V. *Matematicheskoe modelirovanie sily soprotivleniya formy dvukhkromochnogo nozha bez bokovykh graney pri rezanii ryby* [Mathematical simulation of profile resistance force of double-edged knife without side edges during fish cutting]. Izvestiya Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta, 2019, No. 53, pp. 75-88.

2. Samojlova N.V., Ageev O.V. *Matematicheskoe modelirovanie protsessa rezaniya ryby nozhom s figurnoi krivolineinoi kromkoi* [Mathematical simulation of fish cutting process by knife with a figured edge]. Journal of Science and Education of North-West Russia, 2023, Vol. 9, No. 3, pp. 7–26.

3. Ageev O.V., Jakubowski M., Giurgiulescu L. Mathematical simulation of deformation friction force during food material cutting. *Carpathian Journal of Food Science and Technology*, 2020, Vol. 12 (4), pp. 5-11.

4. Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015, No. 91, pp. 33-45.

5. Spagnoli A., Terzano M., Brighenti R., Artoni F., Ståhle P. The fracture mechanics in cutting: A comparative study on hard and soft polymeric materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, No. 148, pp. 554-564.

6. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the Efficiency of Food Materials Cutting during Inclined and Shear Movements of Knife. *Materials*, 2022, Vol. 15, 289.

7. Zheng Y. R., Liu Z. M., Mo B. H. Texture profile analysis of sliced cheese in relation to chemical composition and storage temperature. *Journal of Chemistry*, 2016, Vol. 2016, 10.

8. Xiao-Ping Zhou, Liang Fu, Wang Ju, Berto F. An experimental study of the mechanical and fracturing behavior in PMMA specimen containing multiple 3D embedded flaws under uniaxial compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, No. 101, pp. 207-216.

9. Sridhar B.S., Sommer K. Finite Element Simulation of Fracture Mechanism of Fibrous Food. *International Journal of Food Properties*, 2013, Vol. 16:2, pp. 444-460.

10. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. Matematicheskoe modelirovanie protsessa razrusheniya volokon myshechnoy tkani pri rezanii ryby [Mathematical simulation of the process of muscle filaments fracture during fish cutting]. *Kaliningrad State Technical University News*, 2021, No. 60, pp. 57-73.

11. Ageev O.V., Fatykhov Yu.A., Ivanova E.E. *Optimizatsiya formy profilya nozha dlya resursosberegayushchey pervichnoy obrabotki ryby* [Optimization of the knife profile for resource-saving primary fish processing]. *News of institutes of higher education. Food technology*, 2020, No. 1(373), pp. 77-80.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ	INFORMATION ABOUT THE AUTHORS
Агеев Олег Вячеславович – доктор технических наук, профессор, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)	*Ageev Oleg Viatcheslavovich* – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)
Самойлова Наталья Владимировна – преподаватель-исследователь, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, e-mail: procyon@mail.ru)	*Samojlova Natalia Vladimirovna* – Lecturer Researcher, Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: procyon@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 02.02.2024; одобрена после рецензирования 17.02.2024, принята к публикации 25.03.2024 (проставляется в журнале при публикации)
The article was submitted 02.02.2024; approved after reviewing 17.02.2024; accepted for publication 25.03.2024 (проставляется в журнале при публикации).