



Научная статья  
УДК 519.25:66.047

## АППРОКСИМАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ЛАБОРАТОРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ВАКУУМНОЙ СУШКИ СЫРОВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ОСТАТОЧНОГО ДАВЛЕНИЯ

В.А. Наумов<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия

\*E-mail: [van-old@mail.ru](mailto:van-old@mail.ru)

**Аннотация.** Методика обработки экспериментальных данных с использованием полиномов 4-го порядка предложена в статье. Полином привязывается к начальному значению влагосодержания объекта сушки. Средние значения интенсивности испарения при различных величинах остаточного давления рассчитаны. По экспериментальным данным получено, что средняя интенсивность обратно пропорциональна давлению в камере в степени 0,34. Применение параболической аппроксимации для изменения влагосодержания сыров в процессе вакуумной сушки не рекомендуется. Расчет интенсивности испарения при параболической аппроксимации приводит к качественно неверным результатам.

**Ключевые слова:** полутвердые сыры; вакуумная сушка; изменение влагосодержания; аппроксимация; интенсивность испарения; остаточное давление.

**Для цитирования:** Наумов В.А. Аппроксимация результатов лабораторного исследования вакуумной сушки сыров при изменении остаточного давления // Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2023. Т.9. № 4. С. 6–14.

Original article

## THE LABORATORY STUDY RESULTS APPROXIMATION OF CHEESES VACUUM DRYING WITH A CHANGE IN RESIDUAL PRESSURE

V.A. Naumov<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia

\*E-mail: [van-old@mail.ru](mailto:van-old@mail.ru)

**Abstract.** The method of processing experimental data using 4th order polynomials is proposed in the article. The polynomial is tied to the initial value of the moisture content of the drying object. The average values of the evaporation intensity at different values of residual pressure are calculated. According to experimental data, it was found that the average intensity is inversely proportional to the pressure in the chamber to the degree of 0.34. The use of parabolic approximation to change the moisture content of cheeses during vacuum drying is not recommended. The calculation of the evaporation intensity with parabolic approximation leads to qualitatively incorrect results.

**Keywords:** semi-hard cheeses; vacuum drying; change in moisture content; approximation; evaporation intensity; residual pressure.

**For citation:** Naumov V.A. The laboratory study results approximation of cheeses vacuum drying with a change in residual pressure. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2023. V. 9. No. 4. pp. 6–14.

## Введение

Сушка является одним из важных процессов в технологии пищевых продуктов [1]. Большое количество исследований посвящено совершенствованию методов сушки с использованием комбинированных способов подвода теплоты, разработке технологий, позволяющих свести к минимуму потери качества продукта в процессе обезвоживания. Вакуумная сушка обладает большим потенциалом для реализации указанных совершенствований при производстве самых разных продуктов. В частности, вакуумная сушка позволяет в течение длительного времени сохранять качество и полезные свойства твердых, мягких, плавленых и рассольных сыров. Данный метод основан на том, что при понижении давления ниже атмосферного (но выше тройной точки воды) снижается температура кипения влаги, содержащейся в продукте. Это позволяет проводить процесс при относительно невысоких температурах и соответственно исключить негативное термическое воздействие на термолабильные вещества продукта. При таких режимах сушки сохранность биологически активных веществ может достигать 90% [1-4].

В исследованиях, выполненных под руководством профессора Е.А. Ермолаева [2-8], была экспериментальным путем обоснована технология сушки сыров, предусматривающая изменение условий на различных (остаточного давления, теплового потока) этапах. Была разработана технология вакуумной инфракрасной сушки (ВИКС), которая является более экономичной с точки зрения энергетических затрат, так как потери тепла с уходящим воздухом минимальны. В опытах плотность теплового потока от ИК ламп  $q$  устанавливалась максимальной в начале процесса сушки, когда удаляется наибольшее количество влаги. С замедлением процесса испарения влаги из продукта плотность теплового потока снижалась (ступенчато), чтобы предотвратить перегрев поверхностных слоев сыра.

В работах [7, 8] положено начало разработке математической модели процесса ВИКС. В частности, в [8] было предложено использовать многочлены второй степени для аппроксимации зависимости изменения влагосодержания полутвердых сыров  $U$  от времени  $t$  в ВИКС:

$$U \equiv f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2, \quad (1)$$

где эмпирические коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  были найдены в [8] методом наименьших квадратов (МНК) при различных значениях остаточного давления в камере  $p_V$  (см. табл. 1).

Таблица 1 – Эмпирические коэффициенты аппроксимации (1) [8]

| № пп. | Сыр           | $p_V$ , кПа | $a_0$ , % | $a_1$ , %/мин | $a_2$ , %/мин <sup>2</sup> |
|-------|---------------|-------------|-----------|---------------|----------------------------|
| 1     | 2             | 3           | 4         | 5             | 6                          |
| 1     | «Пошехонский» | 2-3         | 43,39     | -0,2433       | 0,0003                     |
| 2     |               | 3-4         | 43,226    | -0,21,29      | 0,0002                     |
| 3     |               | 5-6         | 43,479    | -0,19524      | 0,0002                     |
| 4     |               | 7-8         | 43,895    | -0,1763       | 0,0002                     |
| 5     | «Костромской» | 2-3         | 46,196    | -0,259        | 0,0004                     |
| 6     |               | 3-4         | 45,874    | -0,2242       | 0,0003                     |
| 7     |               | 5-6         | 46,123    | -0,2078       | 0,0002                     |
| 8     |               | 7-8         | 46,452    | -0,1852       | 0,0002                     |
| 9     | «Голландский» | 2-3         | 46,928    | -0,2326       | 0,0003                     |
| 10    |               | 3-4         | 47,002    | -0,2241       | 0,0003                     |
| 11    |               | 5-6         | 47,175    | -0,2144       | 0,0002                     |
| 12    |               | 7-8         | 47,48     | -0,1994       | 0,0002                     |

В табл. 1 значения коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  взяты из [8] без изменения. При этом возникает несколько вопросов по многочлену аппроксимации (1).

1. Значение функции (1) при  $t = 0$  должно быть равно исходному влагосодержанию объекта сушки  $U_0 \equiv f(0) = a_0$ . Но в 4-м столбце табл. 1 для одного и то же сорта продукта при изменении остаточного давления приведены разные значения  $a_0$ . Например, для сыра «Костромской» в 5-й строке  $a_0=46,196\%$ , в 6-й строке  $a_0=45,874\%$ . Отбросим предположение, что в опытах [8] использовались образцы одного сорта сыра с разным начальным влагосодержанием, так как это ставит под вопрос достоверность результатов. Скорее всего, разные значения  $a_0$  у одного и того же сорта сыра получились из-за некритичного применения МНК.

2. В 4-м и 5-м столбце табл.1 в коэффициентах сохранено от четырех до шести значащих цифр, а в 6-м столбце только одна значащая цифра. При том, что коэффициент  $a_2$  в многочлене (1) умножается на квадрат времени. Пусть, например,  $t = 280$  минут, тогда слагаемые (1) по первой строке табл. 1 (сыр «Пошехонский») будут одного порядка: 43,39, 68,12 и 23,52%, соответственно. Следовательно, округление  $a_2$  до одной значащей цифры может привести к заметной погрешности расчета.

3. Исследования [2-7] показали, что по разработанной технологии ВСИ скорость изменения влагосодержания на начальном этапе сушки возрастает, затем достигает наибольшего значения, а на завершающем этапе – падает. Соответственно, функция  $f(t)$  должна иметь точку перегиба. Однако, парабола (1) таким свойством не обладает, поэтому не может описать указанные особенности процесса. Следовательно, порядок многочлена аппроксимации необходимо повысить.

Цель данной статьи – предложить методику аппроксимации зависимости влагосодержания полутвердых сыров от времени в процессе ВИКС и оценить влияние остаточного давления в камере на интенсивность испарения.

### Подбор многочлена аппроксимации

Используем для аппроксимации многочлен  $n$ -го порядка:

$$U \equiv \varphi_n(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_n t^n. \quad (2)$$

Для исследуемого образца сыра фиксируем исходную влажность  $b_0 = U_0$ . Преобразуем многочлен аппроксимации таким образом, чтобы в правой части был полином порядка  $(n-1)$ :

$$UR = (\varphi_n(t) - b_0)/t = b_1 + b_2 t + \dots + b_n t^{n-1}. \quad (3)$$

Рассчитываем вспомогательные значения по влажности со второй экспериментальной точки [8] по формуле:

$$UR_i = (U_i - U_0)/t_i; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (4)$$

где  $m$  – количество измерений в одном эксперименте (без начальной точки).

Исходя из вышеуказанного характера изменения  $U$  в процессе ВИКС, полином в правой части (3) должен быть не ниже второго порядка. Рассмотрим порядок его определения на примере четвертой строки из табл. 1 (сыр «Пошехонский»,  $p_V=7-8$  кПа). По экспериментальным данным [8] принимаем исходную влажность  $U_0 = 41,05\%$ . Опытные точки хорошо ложатся на график функции (2) при  $n=4$ ; т.е. порядок многочлене 3-го порядка в правой части (3). Коэффициенты, рассчитанные по МНК:  $b_1=-0,0465$ ;  $b_2=-0,001016$ ;  $b_3=3,479 \cdot 10^{-6}$ ;  $b_4=-2,862 \cdot 10^{-9}$ . Кроме того, по МНК были пересчитаны коэффициенты полинома (1); получены такие скорректированные значения:  $a_0=43,554$ ;  $a_1=-0,1694$ ;  $a_2=0,000145$ . Результаты расчета представлены на рис. 1. Видно, что корректировка коэффициентов несколько улучшила ситуацию, но, в целом, полином 2-го порядка  $f(t)$  плохо описывает тенденции изменения  $U$ . Тогда как результаты расчета по многочлену (2) неплохо

согласуются с экспериментальными данными, даже в начальный и конечный период ВИКС. Чего нельзя сказать о параболе (1)

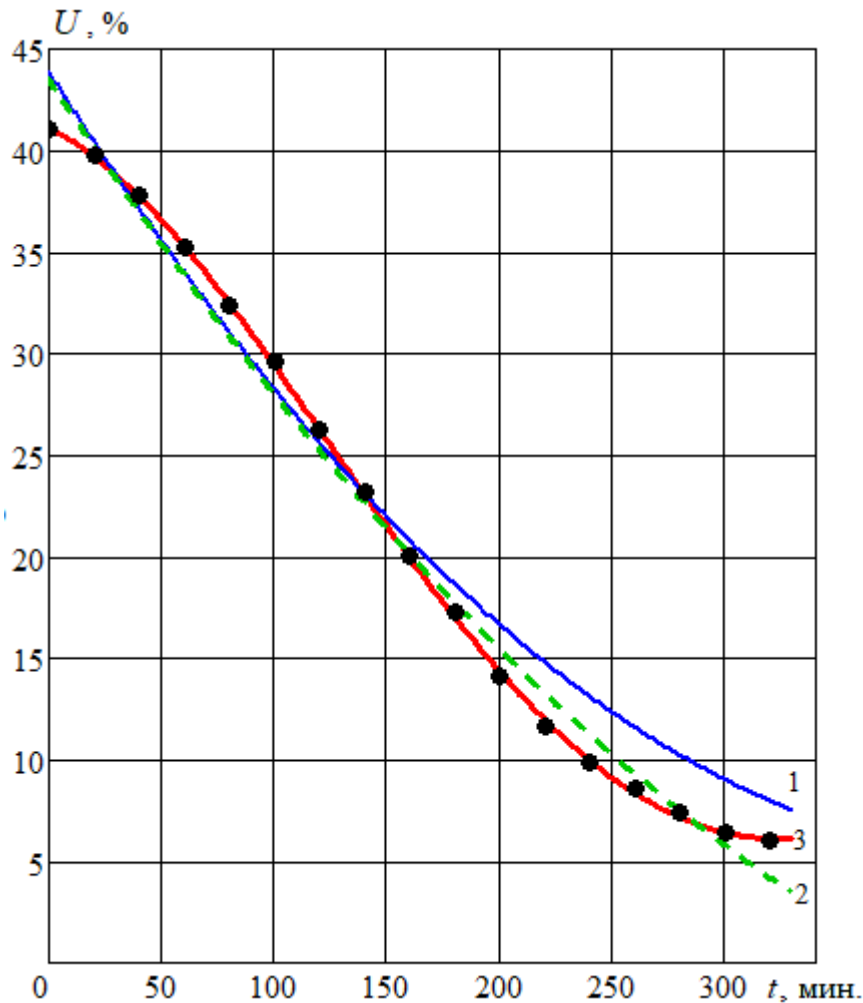


Рисунок 1 – Влажесодержание сыра «Пошехонский» в процессе ВИКС при  $p_V = 7-8$ кПа. Точки – экспериментальные данные [8]; линии – результаты расчета: 1 – по (1) с коэффициентами [8], 2 – по (1) скорректированные коэффициенты, 3 – по (2)

Аналогичные результаты получаются и при других значениях остаточного давления в вакуумной камере этого же и других сыров, исследованных в [8] («Костромской», «Голландский»). Для примера, на рис. 2 представлено сравнение результатов расчета изменения по времени влажесодержание сыра «Пошехонский» в процессе ВИКС при  $p_V = 2-3$ кПа с экспериментальными данными [8]. Отличие от рис. 1 лишь в том, что линии 1 и 2 менее различаются. Значит, коэффициенты многочлена аппроксимации (1) для условий опыта на рис. 2 были найдены с меньшей погрешностью, чем на рис. 1.

Производная от влажесодержания по времени равна интенсивности испарения (%/мин.):

$$J = -dU/dt. \quad (5)$$

Продифференцировав (1) и (2), получим, соответственно:

$$f'(t) = a_1 + 2a_2 t, \quad (6)$$

$$\varphi'(t) = b_1 + 2b_2 \cdot t + \dots + n b_n \cdot t^{n-1}. \quad (7)$$

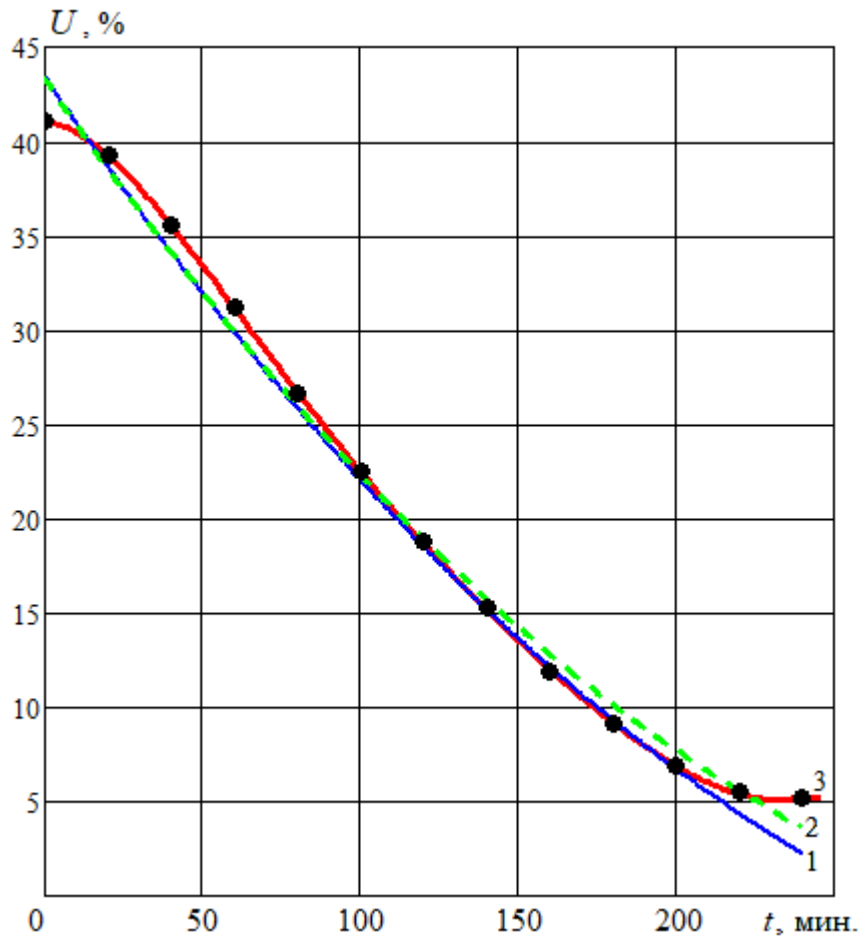


Рисунок 2 – Влажесодержание сыра «Пошехонский» в процессе ВИКС при  $p_V = 2-3$  кПа. Обозначения, как на рис. 1

### Результаты расчета интенсивности испарения

Значения интенсивности испарения можно оценить по экспериментальным данным:

$$J_{e_i} = -\Delta U_i / \Delta t_i = (U_i - U_{i-1}) / (t_{i-1} - t_i). \quad (8)$$

На рис. 3 представлено сравнение результатов расчета интенсивности испарения с экспериментальными данными.

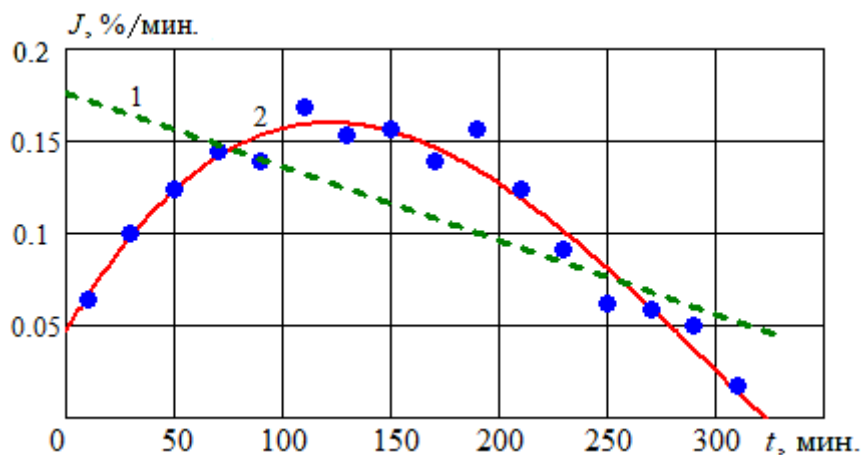


Рисунок 3 – Интенсивность испарения сыра «Пошехонский», ВИКС при  $p_V = 7-8$  кПа. Точки – экспериментальные данные [8]; линии – расчет: 1 – по (6), 2 – по (7)

По рис. 3 видно, что результаты расчета интенсивности испарения при параболической аппроксимации [8] совершенно не отражают поведение  $J$  в процессе ВИКС. Сначала интенсивность испарения растет, достигает максимума, а потом – падает. При использовании для аппроксимации многочлена 4-го порядка результаты расчета согласуются с экспериментальными данными вполне удовлетворительно. Разброс точек на рис. 3, скорее всего, обусловлен погрешностями измерений.

На рис. 4, 5 приведены результаты расчета интенсивности испарения сыра «Пошехонский» и «Костромской» в процессе ВИКС по формуле (7) при различных значениях остаточного давления. Видно, что с увеличением  $p_V$  максимальные значения  $J$  снижаются.

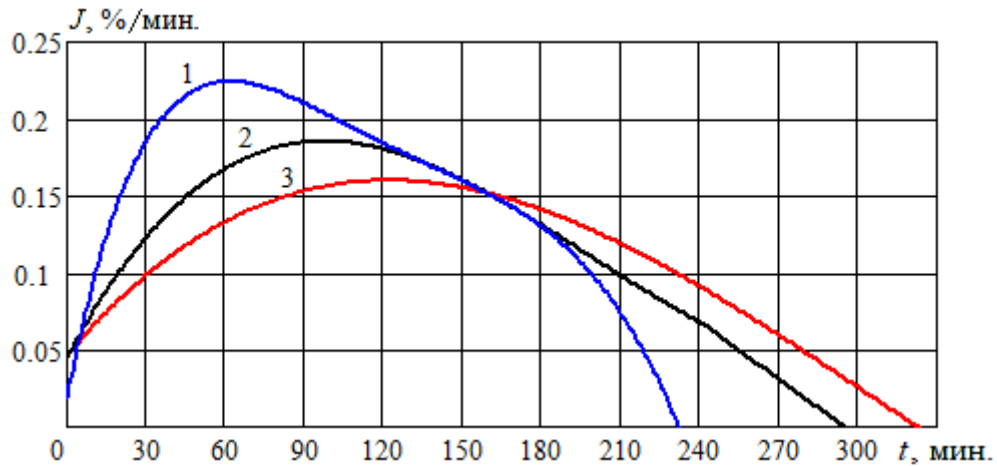


Рисунок 4 – Интенсивность испарения сыра «Пошехонский» в процессе ВИКС:  
1 –  $p_V = 2-3$  кПа, 2 –  $p_V = 5-6$  кПа, 3 –  $p_V = 7-8$  кПа,

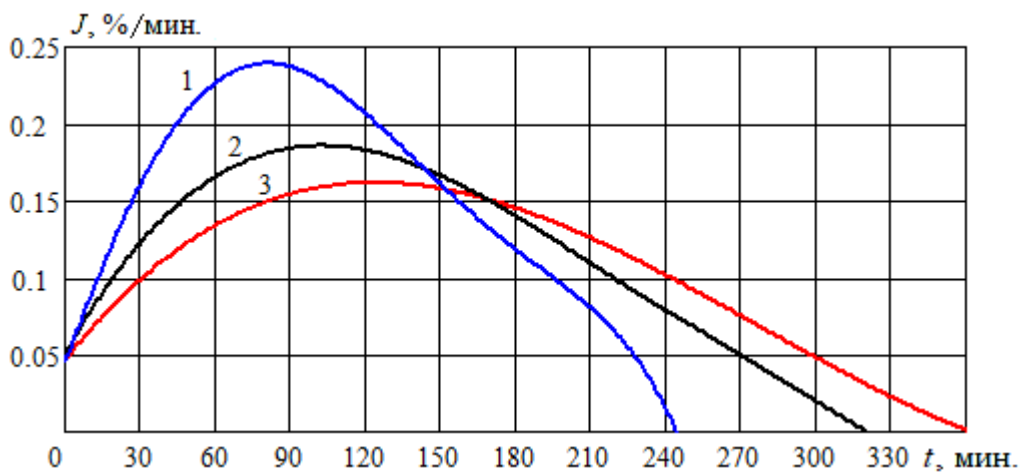


Рисунок 5 – Интенсивность испарения сыра «Костромской», ВИКС:  
1 –  $p_V = 2-3$  кПа, 2 –  $p_V = 5-6$  кПа, 3 –  $p_V = 7-8$  кПа,

По рис. 4, 5 определим моменты времени  $t_j$ , когда  $J = 0$ . Рассчитаем для каждой кривой среднее значение интенсивности испарения за все время ВИКС:

$$J_{cp} = \frac{1}{t_j} \cdot \int_0^{t_j} J(t) dt . \quad (8)$$

На рис. 6 рассчитанные по формуле (8) средние значения показаны точками. Зависимость  $J_{cp}$  от остаточного давления может быть аппроксимирована показательной функцией:

$$J_{\text{ср}} = A_0 / (p_V)^\beta . \quad (9)$$

МНК дал такие значения эмпирических коэффициентов в (9):  $A_0 = 0,211$ ;  $\beta = 0,340$ .

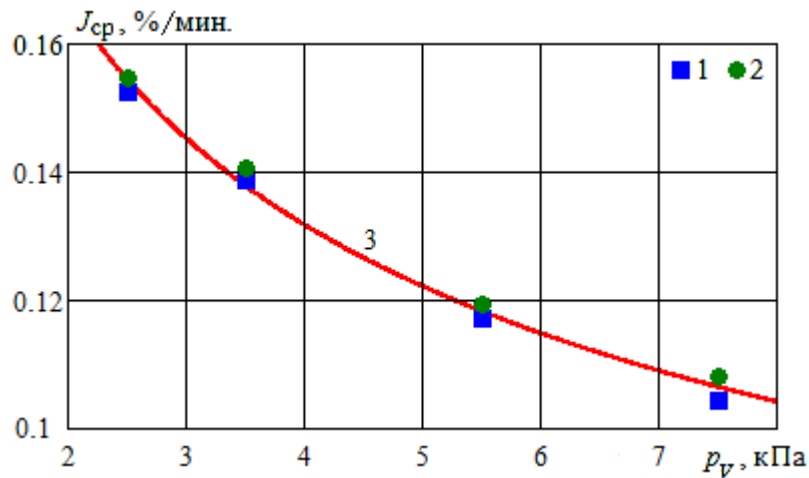


Рисунок 6 – Связь между средней интенсивностью испарения и остаточным давлением. Точки – экспериментальные данные [8]: 1 – сыр «Костромской», 2 – сыр «Пошехонский»; 3 – результат расчета по формуле (9)

Дальнейшее совершенствование математической модели ВИКС возможно с учетом характеристик вакуумного насоса [9] и газодинамики процессов, протекающих в вакуумной камере [10].

### Заключение

Применение параболической аппроксимации для изменения влагосодержания сыров в процессе ВИКС не рекомендуется, так как указанная функция не описывает характерного поведения влагосодержания в начальный и конечный периоды. Расчет интенсивности испарения при параболической аппроксимации приводит к качественно неверным результатам. Предложена методика обработки экспериментальных данных с использованием полиномов 4-го порядка, который привязывается к начальному значению влагосодержания объекта сушки. Рассчитаны средние значения интенсивности испарения при различных величинах остаточного давления. По экспериментальным данным получено, что средняя интенсивность обратно пропорциональна давлению в камере в степени 0,34.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Атаназевич В.И. Сушка пищевых продуктов: монография. Москва: Изд-во «ДеЛи», 2000. 295 с.
2. Ермолаев В.А. Многоступенчатая вакуумная сушка мягких сыров // Сыроделие и маслоделие. 2009. № 6. С. 36-37.
3. Ермолаев В.А., Расщепкин А.Н. Выбор остаточного давления и тепловой нагрузки при вакуумной сушке твердых сыров // Хранение и переработка сельхозсырья. 2009. № 9. С. 20-21.
4. Ермолаев В.А. Сушка Голландского, Костромского и Ярославского сыров // Аграрная наука. 2010. № 8. С. 30-31.
5. Ермолаев В.А. Исследование влияние остаточного давления на вакуумную сушку сыров // Вакуумная техника и технология. 2010. № 4. Т. 20. С. 249-253.



6. Ермолаев В.А. Кинетика процесса вакуумной сушки сыра «Адыгейский» и брынзы // Сыроделие и маслоделие. 2010. № 1. С. 32-33.
7. Ермолаев Е.А. Разработка математической модели низкотемпературной вакуумной сушки сыров // Вестник КрасГАУ. 2021. № 1. С. 134-142.
8. Брюханов М.А. Разработка технологии вакуумной сушки полутвердых сыров с различными способами подвода тепла. Дисс. ... канд. техн. наук по спец. 05.18.04 – технология мясных, молочных и холодильных производств. Кемерово, 2022. 151 с.
9. Великанов Н.Л., Наумов В.А. Моделирование характеристик водокольцевых вакуумных насосов // Известия вузов. Машиностроение. 2019. № 10. С. 70-77.
10. Наумов В.А., Великанов Н.Л., Шарков О.В. Газодинамика вакуумноимпульсной сушки пищевых продуктов // Вестник КрасГАУ. 2023. № 7. С. 191-199.

#### REFERENCES

1. Atanazevich V.I. *Sushka pishchevyh produktov: monografiya* [Drying of food products: monograph]. Moscow: Deli Publ., 2000. 295 p.
2. Ermolaev V.A. *Mnogostupenchataya vakuumnaya sushka myagkih syrov* [Multistage vacuum drying of soft cheeses]. *Syrodellie i maslodellie*. 2009. No. 6, pp. 36-37.
3. Ermolaev V.A., Rasshchepkin A.N. *Vybor ostatochnogo davleniya i teplovoj nagruzki pri vakuumnoj sushke tverdyh syrov* [The choice of residual pressure and thermal load during vacuum drying of hard cheeses]. *Hranenie i pererabotka sel'hozsyr'ya*. 2009. No. 9, pp. 20-21.
4. Ermolaev V.A. *Sushka Gollandskogo, Kostromskogo i Yaroslavskogo syrov* [Drying of Dutch, Kostroma and Yaroslavl cheeses]. *Agrarnaya nauka* 2010. No. 8, pp. 30-31.
5. Ermolaev V.A. *Issledovanie vliyaniya ostatochnogo davleniya na vakuumnuyu sushku syrov* [Investigation of the effect of residual pressure on vacuum drying of cheeses]. *Vakuumnaya tekhnika i tekhnologiya*. 2010. No. 4. Vol. 20, pp. 249-253.
6. Ermolaev V.A. *Kinetika processa vakuumnoj sushki syra «Aдыgejskij» i brynzy* [Kinetics of the process of vacuum drying of cheese "Adygeisky" and brynzy]. *Syrodellie i maslodellie*. 2010. No. 1, pp. 32-33.
7. Ermolaev E.A. *Razrabotka matematicheskoy modeli nizkotemperaturnoj vakuumnoj sushki syrov* [Development of a mathematical model of low-temperature vacuum drying of cheeses]. *Vestnik KrasGAU*. 2021. No. 1, pp. 134-142.
8. Bryuhanov M.A. *Razrabotka tekhnologii vakuumnoj sushki polutverdyh syrov s razlichnymi sposobami podvoda tepla. Diss. ... kand. tekhn. nauk po spec. 05.18.04 – tekhnologiya myasnyh, molochnyh i holodil'nyh proizvodstv* [Development of vacuum drying technology for semi-hard cheeses with various methods of heat supply. Diss. ... candidate of Technical Sciences in spec. 05.18.04 – technology of meat, dairy and refrigeration industries. Kemerovo, 2022. 151 p.
9. Velikanov N.L., Naumov V.A. *Modelirovanie harakteristik vodokol'cevyyh vakuumnyh nasosov* [Modeling of characteristics of water-ring vacuum pumps]. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie*. 2019. No. 10, pp. 70-77.
10. Naumov V.A., Velikanov N.L., Sharkov O.V. *Gazodinamika vakuumnoimpul'snoy sushki pishchevyh produktov* [Gas dynamics of vacuum pulse drying of food products]. *Vestnik KrasGAU*. 2023. No. 7, pp. 191-199.





#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

*Наумов Владимир Аркадьевич* – доктор технических наук, профессор, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, e-mail: [van-old@mail.ru](mailto:van-old@mail.ru))

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

*Naumov Vladimir Arkad'evich* – Dr.Sci. (Eng.), Prof., Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: [van-old@mail.ru](mailto:van-old@mail.ru))

Статья поступила в редакцию 30.10.2023; одобрена после рецензирования 10.11.2023, принята к публикации 15.11.2023.

The article was submitted 30.10.2023; approved after reviewing 10.11.2023; accepted for publication 15.11.2023.