

Научная статья УДК 664.951

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ РЫБЫ НОЖОМ С ФИГУРНОЙ КРИВОЛИНЕЙНОЙ КРОМКОЙ

Н.В. Самойлова¹, О.В. Агеев^{1,*}

1 Калининградский государственный технический университет, Калининград, Россия

* E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Аннотация. Показана актуальность математического моделирования процесса резания мышечной ткани при порционировании рыбы. Рассмотрен перспективный режущий орган в виде ножа с фигурной кромкой, который реализует полезный физический эффект геометрической трансформации профиля лезвия. Геометрия криволинейной режущей кромки описана полиномом второго порядка. На базе теории резания вязкоупругого материала разработаны математические модели, позволяющие определить силу сопротивления формы ножа с фигурной кромкой на различных стадиях процесса порционирования. Введены безразмерная глубина погружения лезвия и безразмерная скорость резания, в результате чего получены модели для расчета безразмерной силы сопротивления формы. Исследованы зависимости безразмерной силы сопротивления формы от геометрии фигурного ножа, реологии мышечной ткани рыбы и скорости резания. Направлением дальнейших исследований является постановка и решение задачи оптимизации формы фигурной кромки лезвия по критерию минимизации силы сопротивления в сравнении с ножом, имеющим прямую наклонную кромку.

Ключевые слова: рыба; резание; порционирование; нож; лезвие; фаска; фигурная кромка.

Для цитирования: Самойлова Н.В., Агеев О.В. Математическое моделирование процесса резания рыбы ножом с фигурной криволинейной кромкой // Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2023. Т.9. №3. С. 7–26.

Original article

MATHEMATICAL SIMULATION OF FISH CUTTING PROCESS BY KNIFE WITH A FIGURED CURVED EDGE

N.V. Samojlova¹, O.V. Ageev^{1,*}

¹ Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia

* E-mail: oleg.ageev@klgtu.ru

Abstract. The relevance of mathematical simulation of muscle tissue cutting process during fish portioning is shown. A promising cutting tool in the form of a figured knife, which realizes the useful physical effect of geometric transformation of the blade profile, is considered. The geometry of the curved cutting edge by a second-order polynomial is described. Based on the theory of viscoelastic material cutting, mathematical models have been developed that make it possible to determine the resistance force of the knife shape with a figured edge at various stages of the portioning process. The dimensionless blade immersion depth and dimensionless cutting speed are introduced, resulting models for calculating the dimensionless resistance force is given. The dependences of the dimensionless resistance force of the form on the geometry of the figured knife,

1

[©] Самойлова Н.В., Агеев О.В. 2023



the rheology of the muscle tissue of the fish and the cutting speed are studied. The direction of further research is formulation and solution of the problem of optimizing the shape of the curved edge of the blade according to the criterion of minimizing the resistance force in comparison with a knife with a straight inclined edge.

Key words: fish, cutting; portioning; knife; blade; chamfer; figured edge.

For citation: Samojlova N.V., Ageev O.V. Mathematical simulation of fish cutting process by knife with a figured edge. *Journal of Science and Education of North-West Russia*. 2023. V.9, No. 3, pp. 7–26.

Введение

Современное развитие рыбоперерабатывающих производств обусловливает возрастающие требования к эффективности технологического процесса резания сырья. Это предполагает сокращение энергетических затрат на обработку, повышение качества готового продукта, увеличение производительности, снижение металлоемкости, выбор рациональных режимов резания, применение износостойких ножей с антифрикционными покрытиями, соединение режущих органов с мехатронными устройствами и другие мероприятия. Повышение энергоэффективности указанного процесса предусматривает, прежде всего, снижение сил сопротивлений, возникающих при разделении пищевого материала на части. Важным направлением при этом является использование эффекта геометрической трансформации угла заточки и формы кромки лезвия [1].

Особое место среди режущих органов занимает нож с фигурной криволинейной кромкой, реализующий полезный физический эффект геометрической трансформации профиля ножа. Применение указанного режущего органа в рыбоперерабатывающих машинах, наряду с быстроходными ленточными ножами, является целесообразным за счет простоты реализации равномерного движения с необходимой скоростью. При анализе параметров такого инструмента необходимо рассматривать не только его статическую геометрию, но также и кинематическую. При кинематической трансформации фаски дискового ножа в процессе его погружения в материал изменяется форма профиля элементарного ножа, а также фактический угол резания.

В настоящее время научные исследования процессов резания пищевых продуктов ножами с различной геометрией вызывают большой интерес в России и за рубежом. В работах [2, 3] исследованы режимы высокоскоростного резания материалов рабочими органами с различной геометрией, установлена связь сил сопротивлений с конструктивными параметрами лезвия. В статье [4] проведено экспериментальное изучение и численное моделирование процесса резания вязкоупругих продуктов. В основополагающих работах [5, 6] раскрыты основные особенности механической обработки твердых материалов в пищевой отрасли. Публикации [7, 8] освещают результаты, достигнутые при исследовании реактивных сил и сил трения, возникающих при взаимодействии вязкоупругих сред и режущего органа. Влияние режимов резания и разрушения материалов на качество готовой продукции прослеживается в работах [9, 10]. Процессам резания вязкопластичных пищевых продуктов И ИХ трибологическим аспектам посвящено исследование [11]. Экспериментальный анализ влияния трения на обработку сельскохозяйственных продуктов всесторонним образом проведен в статье [12]. Рациональные формы режущих инструментов для обработки пищевых материалов рекомендованы в работе [13]. В статьях [14-16] предложены оптимальные режимы механической обработки пищевых сред, позволяющих обеспечить высокое качество готовых продуктов. Аналитические и конечноэлементные модели процессов резания проанализированы в публикациях [17, 18].

Несмотря на ценность известных работ, в настоящее время отсутствуют математические модели, которые позволяют определить силы сопротивлений при резании рыбы ножом с фигурной криволинейной кромкой. В то же время, это необходимо для научно обоснованного проектирования режущих приспособлений рыбоперерабатывающего

оборудования. В связи с этим, задача теоретического анализа и повышения эффективности процесса резания рыбного сырья является очень актуальной.

При математическом моделировании процесса резания решающее значение имеет научно-обоснованный выбор реологических моделей мышечной ткани рыбы. В работе [19] нами с соавторами определены дифференциальные уравнения моделей с их решениями для различных условий нагружения материала. Показано, что мышечная ткань рыбы до разрушения проявляет ограниченное течение под нагрузкой, релаксирует при постоянной нагрузке до равновесного состояния, полностью восстанавливается при полной разгрузке. Согласно результатам проведенных экспериментальных испытаний механическому поведению мяса рыбы приближенно соответствует трехэлементная реологическая модель Максвелла–Томсона (стандартное вязкоупругое тело), которая используется нами в дальнейшем при описании физико-механических свойств сырья.

Целью настоящей работы является аналитическое определение сил вредного сопротивления при нормальном резании мышечной ткани рыбы ножом с фигурной криволинейной кромкой в условиях стесненного сжатия пищевого материала.

Постановка задачи и допущения

Рассмотрим процесс резания рыбы при внедрении ножа с фигурной кромкой в мышечную ткань сырья в нормальном относительно поверхности материала направлении. Значительный вклад в суммарную силу сопротивления вносит реактивная вязкоупругая сила \vec{F}_1 , действующая на передние наклонные грани лезвия и называемая силой сопротивления формы ножа [20]. Указанная сила является силой вредного сопротивления и обусловливается непроизводительными деформациями материала, практически не содействующими процессу резания. В этой связи требуется минимизация данной силы сопротивления формы.

Следует отметить, что определение сил сопротивления формы пластинчатого ножа с горизонтальной прямолинейной кромкой, а также деформационных сил трения такого рабочего органа выполнено в работах [21, 22].

Процесс погружения фигурной режущей кромки в вязкоупругий материал показан на рис. 1. Нож имеет одностороннюю заточку с прямыми наклонной и боковыми гранями. Сила сопротивления формы \vec{F}_1 действует на переднюю наклонную грань (фаску ножа). Обозначим: H – глубина погружения вершины режущей кромки (точка O) в материал, δ – толщина ножа; α – конструктивный угол заточки фаски лезвия; h_m – высота фаски ножа; v – скорость движения ножа. Скоростью резания является скорость перемещения вершины режущей кромки лезвия в направлении резания. Под углом заточки α подразумевается угол, образованный фаской и боковой гранью лезвия, измеряемый в каждой точке кромки в плоскости, перпендикулярной касательной к кромке. Длина материала в направлении резания на рис. 1 принята неограниченной. Материал находится в условиях стесненного сжатия в направлении, перпендикулярном вектору скорости ножа. В связи с этим допущением, силы, возникающие вследствие деформации волокон материала в направлении движения ножа, не учитываются.

В процессе проектирования и производства рабочих органов порционирующего оборудования возникает необходимость замены (аппроксимации) теоретических поверхностей режущей части ножей технологически удобными поверхностями. Технологически удобными поверхностями являются те, которые осуществляются при простых движениях металлорежущего инструмента по кривым второго порядка. Аппроксимация осуществляется также для получения простых движений шлифовальных и полировальных приспособлений. В связи с этим, будем описывать форму кромки лезвия в виде гладкой кривой линии. Такая кривая в каждой точке имеет касательную, причем направление этой касательной непрерывно зависит от точки касания.



Рисунок 1 - Схема ножа с фигурной режущей кромкой (*ОАВС* – передняя фигурная кромка лезвия)

Зададим математическое описание формы фигурной кромки в виде полинома второго порядка:

$$y(z) = a \cdot z^2 + b \cdot z , \qquad (1)$$

где *a*, *b* – геометрические параметры формы кромки.

Определим геометрические параметры a и b. На рис. 1 обозначены: $\angle \beta$ – угол входа кромки; $\angle \theta$ – угол подъема кромки; L – проекционная длина кромки; H_m – высота режущей части лезвия.

Запишем выражение для первой производной функции (1):

$$dy(z)/dz = 2 \cdot a \cdot z + b.$$
⁽²⁾

Граничное условие в точке *O* с координатой *z*_O выглядит следующим образом:

$$dy(z_O)/dz = 2 \cdot a \cdot z_O + b = tg(90^\circ - \beta) = ctg\beta.$$
⁽³⁾

Поскольку $z_O = 0$, имеем $b = ctg\beta$.

Запишем граничное условие в точке С:



$$dy(z_C)/dz = 2 \cdot a \cdot z_C + b = tg(90^\circ - \theta) = ctg\theta.$$
(4)

Сучетом $z_C = L$; $b = ctg\beta$ имеем: $2 \cdot a \cdot L + ctg\beta = ctg\theta$, откуда $a = \frac{ctg\theta - ctg\beta}{2 \cdot L}$. Таким образом, выражение (1) принимает следующий вид:

$$y(z) = \frac{ctg\theta - ctg\beta}{2 \cdot L} \cdot z^2 + ctg\beta \cdot z .$$
(4)

Заметим, что при $z = z_C = L$:

$$y(z_{C}) = H_{m} - h_{m} = \frac{ctg\theta - ctg\beta}{2 \cdot L} \cdot L^{2} + ctg\beta \cdot L = \frac{ctg\theta - ctg\beta}{2} \cdot L + ctg\beta \cdot L, \qquad (5)$$

откуда определим высоту режущей части лезвия:

$$H_m = L \cdot \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{2} + ctg\beta\right) + h_m = L \cdot \left(\frac{ctg\theta + ctg\beta}{2}\right) + h_m.$$
(6)

Математическое моделирование силы вредного сопротивления при резании материала фигурным лезвием

При погружении в материал вершины О режущей кромки на некоторую глубину Н сила вредного сопротивления формы F₁ складывается из силы, действующей на участке ОА, а также силы, действующей на участке АВ лезвия. Кромка погружена в материал на участке ОВ. На участке ОА фаска ножа полностью погружена в материал, на участке АВ погружена частично. Согласно работе [20], сила сопротивления формы определяется следующим выражением:

$$F_1 = \int_{0}^{S_A} \int_{0}^{h_m} tg\alpha_{\phi} \cdot p(y)dyds + \int_{S_A}^{S_B} \int_{0}^{H-a \cdot z^2 - b \cdot z} tg\alpha_{\phi} \cdot p(y)dyds, \qquad (7)$$

где α_{ϕ} – фактический (трансформированный) угол резания элементарного ножа; p(y) – нормальное контактное давление материала в точке передней наклонной грани элементарного ножа; S_A, S_B - координаты точек A и B, соответственно, в криволинейной системе координат Os, связанной с фигурной кромкой лезвия; $(H - a \cdot z^2 - b \cdot z) = y(z)$ координата точки передней наклонной грани элементарного ножа по оси Оу в декартовой системе координат Ozy.

Вследствие наклона режущей кромки по отношению к поверхности материала происходит геометрическая трансформация конструктивного угла заточки элементарного ножа (рис. 2). Определим тангенс фактического угла резания:

$$tg\alpha_{\phi} = tg\alpha \cdot \cos\gamma_{H}, \qquad (8)$$

угол между плоскостью конструктивного элементарного ножа и направлением где γ_{μ} движения ножа, он же угол геометрического подъема плоскости фактического элементарного ножа относительно плоскости конструктивного элементарного ножа.



Из рис. 2 следует, что $tg\gamma_{H} = dy(z)/dz$, в результате чего имеем:

$$tg\gamma_{_{H}} = 2 \cdot a \cdot z + b = \frac{ctg\theta - ctg\beta}{L} \cdot z + ctg\beta .$$
⁽⁹⁾

$$\cos\gamma_{_{H}} = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^{^{2}}\gamma_{_{H}}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{L} \cdot z + ctg\beta\right)^{^{2}}}}.$$
(10)

С учетом выражений (8) и (10) получим:

$$tg\alpha_{\phi} = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1 + \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{L} \cdot z + ctg\beta\right)^{2}}}.$$
(11)

Выражение (11) означает, что фактический угол резания является переменной величиной и в некоторой точке кромки лезвия зависит от конструктивного угла заточки α и координаты *z* данной точки. Высота фаски ножа также испытывает геометрическую трансформацию, причем фактическая высота трансформируется в соответствии со

следующим выражением:
$$\tilde{h}_m = h_m \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{L} \cdot z + ctg\beta\right)^2}$$
, что приводит к росту сил

трения. Однако, как показал теоретический и экспериментальный анализ, решающий вклад в изменение сил сопротивления вносит эффект геометрической трансформации угла заточки и остроты кромки элементарного ножа. Это объясняется тем, что реактивные вязкоупругие силы в несколько раз превышают деформационные и адгезионные силы трения на гранях ножа. В связи с указанным обстоятельством, а также с целью получения аналитических выражений для сил сопротивлений, в дальнейшем будем считать, что фактическая высота фаски сохраняется постоянной и равной конструктивной высоте h_m .

Нормальное контактное давление в точке передней наклонной грани элементарного ножа зависит от координаты *у* данной точки и определяется следующей формулой (см. работу [23]):

$$p(y) = \frac{\xi \cdot tg \alpha_{\phi}}{l} \cdot y + \frac{\xi^2 \cdot \eta \cdot v \cdot tg \alpha_{\phi}}{E_1^2 \cdot l} \cdot (1 - \exp(k \cdot y)) =$$

$$= \frac{\xi \cdot tg \alpha_{\phi}}{l} \cdot \left[y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot (1 - \exp(k \cdot y)) \right],$$
(12)

где $\xi = \frac{E_0 \cdot E_1}{E_0 + E_1} = \frac{E_0}{1 + E_0 / E_1}$; E_0 — мгновенный модуль упругости материала; E_1 — запаздывающий модуль упругости материала; η — коэффициент динамической вязкости материала; l — длина материала в недеформированном состоянии; $k = -\frac{E_0 + E_1}{\eta \cdot v}$.



ементарного ножа криволиней

криволинейной системы координат к декартовой системе

С учетом формулы (12) выражение (7) возможно записать в следующем виде:

$$F_{1} = \frac{\xi}{l} \cdot \int_{0}^{S_{A}} \int_{0}^{h_{m}} tg^{2} \alpha_{\phi} \cdot \left[y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y)) \right] dyds + \frac{\xi}{l} \cdot \int_{S_{A}}^{S_{B}} \int_{0}^{H-a \cdot z^{2} - b \cdot z} tg^{2} \alpha_{\phi} \cdot \left[y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y)) \right] dyds .$$

$$(13)$$

Подставив формулу (11) в выражение (13), имеем:

$$F_{1} = \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{0}^{S_{A}} \int_{0}^{h_{m}} \frac{y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y))}{1 + \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{L} \cdot z + ctg\beta\right)^{2}} dyds + \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{S_{A}}^{S_{B}} \int_{0}^{H-a \cdot z^{2} - b \cdot z} \frac{y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y))}{1 + \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{L} \cdot z + ctg\beta\right)^{2}} dyds = \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{0}^{S_{A}} \int_{0}^{h_{m}} \frac{y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y))}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} dyds + \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{S_{A}}^{S_{B}} \frac{H-a \cdot z^{2} - b \cdot z}{0} \frac{y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y))}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} dyds + \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{S_{A}}^{S_{B}} \frac{H-a \cdot z^{2} - b \cdot z}{0} \frac{y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y))}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} dyds .$$

Выполним преобразования:

$$F_{1} = \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{0}^{S_{A}} \frac{1}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} \int_{0}^{h_{m}} y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y)) dy ds + \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{S_{A}}^{S_{B}} \frac{1}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} \int_{0}^{H - a \cdot z^{2} - b \cdot z} y + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot (1 - \exp(k \cdot y)) dy ds .$$
(15)

Проинтегрируем по *dy* и получим:

$$F_{1} = \frac{\xi \cdot tg^{2}\alpha}{l} \cdot \int_{0}^{S_{A}} \frac{1}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} \cdot \left[\frac{h_{m}^{2}}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot \left(h_{m} + \frac{1 - \exp(k \cdot h_{m})}{k}\right)\right] ds + \frac{\xi \cdot tg^{2}\alpha}{l} \cdot \int_{S_{A}}^{S_{B}} \frac{1}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \left(H - a \cdot z^{2} - b \cdot z\right)^{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot \left(H - a \cdot z^{2} - b \cdot z\right) + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} \cdot \left(H - a \cdot z^{2} - b \cdot z + \frac{1 - \exp\left(k \cdot \left(H - a \cdot z^{2} - b \cdot z\right)\right)}{k}\right)\right] ds .$$

$$(16)$$

Осуществим переход от криволинейной координаты *s* к декартовой координате *z* (рис. 3). Для снижения громоздкости выражений введем обозначения:

$$f_1^{OA} = \frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1 - \exp(k \cdot h_m)}{k}\right);$$
(17)

$$f_1^{AB} = \frac{1}{2} \cdot \left(H - a \cdot z^2 - b \cdot z \right)^2 + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(H - a \cdot z^2 - b \cdot z + \frac{1 - \exp\left(k \cdot \left(H - a \cdot z^2 - b \cdot z\right)\right)}{k}\right).$$
(18)

Заметим, что в отличие от величины f_1^{OA} величина f_1^{AB} зависит от координаты *z*. С учетом (17), (18) выражение (16) примет вид:

$$F_{1} = \frac{\xi \cdot tg^{2}\alpha}{l} \cdot \int_{0}^{S_{A}} \frac{f_{1}^{OA}}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} ds + \frac{\xi \cdot tg^{2}\alpha}{l} \cdot \int_{S_{A}}^{S_{B}} \frac{f_{1}^{AB}}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} ds .$$
(19)

Из рис. 3 видим, что $\cos \varphi = \frac{dz}{ds}$, откуда $ds = \frac{dz}{\cos \varphi}$. Заметим, что $\frac{dy}{dz} = tg\varphi = 2 \cdot a \cdot z + b$; $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2 \varphi}}$; $\frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{1 + tg^2 \varphi} = \sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^2}$. Следовательно,

 $ds = \sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^2} \cdot dz$. Тогда формула (19) преобразуется к следующему виду:

$$F_{1} = \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{0}^{Z_{A}} \frac{f_{1}^{OA}}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} \cdot \sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} dz +$$

$$+ \frac{\xi \cdot tg^{2} \alpha}{l} \cdot \int_{Z_{A}}^{Z_{B}} \frac{f_{1}^{AB}}{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} \cdot \sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^{2}} dz =$$
(20)

$$=\frac{\xi \cdot tg^2 \alpha}{l} \cdot \left\{ f_1^{OA} \cdot \int_0^{Z_A} \frac{1}{\sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^2}} \cdot dz + \int_{Z_A}^{Z_B} \frac{f_1^{AB}}{\sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^2}} dz \right\}.$$

Определим координаты Z_A и Z_B точек A и B, соответственно. Из решения квадратного уравнения (1) получим:

$$Z_{A} = \frac{\sqrt{b^{2} + 4 \cdot a \cdot (H - h_{m})} - b}{2 \cdot a} = L \cdot \frac{\sqrt{ctg^{2}\beta + 2 \cdot (H - h_{m})} \cdot \frac{ctg\theta - ctg\beta}{L} - ctg\beta}}{ctg\theta - ctg\beta};$$

$$Z_{B} = \frac{\sqrt{b^{2} + 4 \cdot a \cdot H} - b}{2 \cdot a} = L \cdot \frac{\sqrt{ctg^{2}\beta + 2 \cdot H} \cdot \frac{ctg\theta - ctg\beta}{L} - ctg\beta}}{ctg\theta - ctg\beta}.$$
(21)

Подставляя выражение (21) в формулу (20), возможно рассчитать силу сопротивления формы ножа с криволинейной кромкой. В случае полного погружения режущей кромки на глубину H_m в материал имеем: $H_m = L \cdot \left(\frac{ctg\theta + ctg\beta}{2}\right) + h_m$; $Z_A = L$. При этом точки A и Bсовпадут. Тогда выражение (20) примет вид:

$$F_{1m} = \frac{\xi \cdot tg^2 \alpha}{l} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1 - \exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right] \cdot \int_0^L \frac{1}{\sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot z + b)^2}} dz =$$

$$= \frac{\xi \cdot tg^2 \alpha}{l} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1 - \exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right] \cdot \int_0^L \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{ctg \theta - ctg \beta}{L} \cdot z + ctg \beta \right)^2}} dz .$$
(22)

Проинтегрируем выражение (22) по dz:

$$F_{1m} = \frac{\xi \cdot tg^2 \alpha}{2 \cdot a \cdot l} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1 - \exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right] \cdot \left[arsh(2 \cdot a \cdot L + b) - arsh(b) \right] =$$

$$= \frac{L \cdot \xi \cdot tg^2 \alpha}{(ctg\theta - ctg\beta) \cdot l} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1 - \exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right] \cdot \left[arsh(ctg\theta) - arsh(ctg\beta) \right].$$
(23)

где arsh – обозначение гиперболического арксинуса.

Сравним выражение (23) с выражением для силы сопротивления формы пластинчатого ножа с прямой горизонтальной кромкой (см. статью [24]):

$$F_{1m}^{nnacm} = \frac{L \cdot \xi \cdot tg^2 \alpha}{l} \cdot \left[\frac{h_m^2}{2} + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_1^2} \cdot \left(h_m + \frac{1 - \exp(k \cdot h_m)}{k} \right) \right].$$
(24)

Введем безразмерную глубину погружения ножа в материал \overline{H} и безразмерную скорость ножа \overline{v} :

$$\overline{H} = \frac{H}{h_m}; \quad \overline{v} = \frac{v}{h_m} \cdot \frac{\eta}{(E_0 + E_1)} = \frac{v}{h_m} \cdot \frac{1}{T_\sigma}; \quad v = \overline{v} \cdot \frac{h_m \cdot (E_0 + E_1)}{\eta} = \overline{v} \cdot h_m \cdot T_\sigma.$$
(25)

где $T_{\sigma} = (E_0 + E_1)/\eta$ – скорость релаксации вязкоупругого материала; $1/T_{\sigma} = \eta/(E_0 + E_1)$ – характерное время релаксации; h_m/v – время контакта элементарного волокна dy с наклонной гранью высотой h_m при движении ножа в материале со скоростью v. Таким образом, безразмерная скорость ножа - это отношение характерного времени релаксации материала ко времени контакта горизонтального элементарного волокна с наклонной гранью ножа.

Выполним следующие преобразования:

$$k = -\frac{1}{\overline{v} \cdot h_{m}}; \quad \frac{\xi \cdot \eta \cdot v}{E_{1}^{2}} = \overline{v} \cdot e_{01} \cdot h_{m}; \quad 2 \cdot a \cdot z + b = \frac{ctg\theta - ctg\beta}{\overline{L}} \cdot \overline{z} + ctg\beta;$$

$$H - a \cdot z^{2} - b \cdot z = h_{m} \cdot \left(\overline{H} - \frac{ctg\theta - ctg\beta}{2 \cdot \overline{L}} \cdot \overline{z}^{2} - ctg\beta \cdot \overline{z}\right); \quad z = \overline{z} \cdot h_{m}; \quad H = \overline{H} \cdot h_{m};$$

$$L = \overline{L} \cdot h_{m}; \quad Z_{A} = \overline{Z}_{A} \cdot h_{m}; \quad Z_{B} = \overline{Z}_{B} \cdot h_{m}; \quad a = \frac{ctg\theta - ctg\beta}{2 \cdot \overline{L} \cdot h_{m}}.$$
(26)

Выразим формулы (17) и (18) через безразмерные величины с учетом (25), (26):

$$f_1^{OA} = h_m^2 \cdot \left\{ 0, 5 + \overline{\nu} \cdot e_{01} \cdot \left[1 + \overline{\nu} \cdot \left(\exp\left(-\frac{1}{\overline{\nu}}\right) - 1 \right) \right] \right\};$$
(27)

$$f_1^{AB} = h_m^2 \cdot \left\{ 0, 5 \cdot \overline{H}_z^2 + \overline{\nu} \cdot e_{01} \cdot \left[\overline{H}_z + \overline{\nu} \cdot \left(\exp\left(-\frac{\overline{H}_z}{\overline{\nu}}\right) - 1 \right) \right] \right\},\tag{28}$$

где $\overline{H}_z = \left(\overline{H} - \frac{ctg\theta - ctg\beta}{2 \cdot \overline{L}} \cdot \overline{z}^2 - ctg\beta \cdot \overline{z}\right); e_{01} = E_0/E_1$ – мера эластичности материала.

Преобразуем к безразмерному виду выражения (27), (28) с учетом обозначений $f_1^{OA} = h_m^2 \cdot \bar{f}_1^{OA}, \ f_1^{AB} = h_m^2 \cdot \bar{f}_1^{AB}$:

$$\bar{f}_1^{OA} = 0,5 + \bar{\nu} \cdot e_{01} \cdot \left[1 + \bar{\nu} \cdot \left(\exp\left(-\frac{1}{\bar{\nu}}\right) - 1\right)\right];$$
(29)

$$\bar{f}_1^{AB} = 0, 5 \cdot \overline{H}_z^2 + \overline{v} \cdot e_{01} \cdot \left[\overline{H}_z + \overline{v} \cdot \left(\exp\left(-\frac{\overline{H}_z}{\overline{v}}\right) - 1 \right) \right].$$
(30)

Также преобразуем к безразмерному виду координаты Z_A и Z_B :

$$\overline{Z}_{A} = \overline{L} \cdot \frac{\sqrt{ctg^{2}\beta + 2\cdot(\overline{H} - 1)} \cdot \frac{ctg\theta - ctg\beta}{\overline{L}} - ctg\beta}{ctg\theta - ctg\beta};$$
(31)

$$\overline{Z}_{B} = \overline{L} \cdot \frac{\sqrt{ctg^{2}\beta + 2 \cdot \overline{H} \cdot \frac{ctg\theta - ctg\beta}{\overline{L}}} - ctg\beta}{ctg\theta - ctg\beta}.$$

Обозначив $F_1 = \frac{\xi \cdot tg^2 \alpha \cdot h_m^3}{I} \cdot \overline{F_1}$, с учетом формул (29)-(31) из (20) получим выражение

для безразмерной силы сопротивления формы при безразмерной глубине погружения \overline{H} вершины ножа в материал:

$$\overline{F}_{1} = \overline{f}_{1}^{OA} \cdot \int_{0}^{\overline{Z}_{A}} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{\overline{L}} \cdot \overline{z} + ctg\beta\right)^{2}}} \cdot d\overline{z} + \int_{\overline{Z}_{A}}^{\overline{Z}_{B}} \frac{\overline{f}_{1}^{AB}}{\sqrt{1 + \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{\overline{L}} \cdot \overline{z} + ctg\beta\right)^{2}}} d\overline{z} = \\
= \overline{L} \cdot \left(0, 5 + \overline{v} \cdot e_{01} \cdot \left[1 + \overline{v} \cdot \left(\exp\left(-\frac{1}{\overline{v}}\right) - 1\right)\right]\right) \cdot \frac{\operatorname{arsh}\left(\sqrt{ctg^{2}\beta + 2 \cdot (\overline{H} - 1) \cdot \frac{ctg\theta - ctg\beta}{\overline{L}}}\right) - \operatorname{arsh}(ctg\beta)}{ctg\theta - ctg\beta} + \\
+ \int_{\overline{Z}_{A}}^{\overline{Z}_{B}} \frac{0, 5 \cdot \overline{H}_{2}^{2} + \overline{v} \cdot e_{01} \cdot \left[\overline{H}_{z} + \overline{v} \cdot \left(\exp\left(-\frac{\overline{H}_{z}}{\overline{v}}\right) - 1\right)\right]}{\sqrt{1 + \left(\frac{ctg\theta - ctg\beta}{\overline{L}} \cdot \overline{z} + ctg\beta\right)^{2}}} d\overline{z} .$$
(32)

Для случая полного погружения режущей кромки в материал на глубину $H_m = L \cdot \left(\frac{ctg\theta + ctg\beta}{2}\right) + h_m$ выразим формулу (23) через безразмерные величины с учетом (25), (26):

$$F_{1m} = \frac{\xi \cdot tg^2 \alpha \cdot h_m^3}{l} \cdot \overline{L} \cdot \left[0, 5 + \overline{\nu} \cdot e_{01} \cdot \left(1 + \overline{\nu} \cdot \left(\exp(-1/\overline{\nu}) - 1\right)\right)\right] \cdot \frac{\operatorname{arsh}(\operatorname{ctg}\theta) - \operatorname{arsh}(\operatorname{ctg}\beta)}{\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\beta},$$
(33)

Тогда с учетом обозначения $F_{1m} = \frac{\xi \cdot tg^2 \alpha \cdot h_m^3}{I} \cdot \overline{F}_{1m}$ получим выражение для безразмерной силы сопротивления формы ножа, вершина которого полностью погружена в материал на безразмерную глубину $\overline{H}_m = \overline{L} \cdot \left(\frac{ctg\theta + ctg\beta}{2}\right) + 1$:

$$\overline{F}_{1m} = \overline{L} \cdot \left[0, 5 + \overline{v} \cdot e_{01} \cdot \left(1 + \overline{v} \cdot \left(\exp(-1/\overline{v}) - 1\right)\right)\right] \cdot \frac{\operatorname{arsh}(\operatorname{ctg}\theta) - \operatorname{arsh}(\operatorname{ctg}\beta)}{\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\beta}.$$
(34)

Результаты математического моделирования

Разработанные математические модели (32), (34) позволяют варьировать безразмерной глубиной погружения лезвия в материал, безразмерной скоростью ножа, мерой эластичности материала, а также конструктивной формой рабочего органа для исследования зависимостей безразмерных сил сопротивления формы от указанных

параметров. Ниже приведены результаты математического моделирования указанных безразмерных сил при резании мышечной ткани рыбы ножом с фигурной кромкой.

Результаты моделирования в соответствии с выражением (32) приведены на рис. 4-7 и отражают зависимости безразмерной силы сопротивления формы ножа с фигурной кромкой при неполном погружении фаски в материал. Результаты расчетов в соответствии с выражением (34) на рис. 8-10 показывают зависимости указанной силы от параметров процесса резания при полном погружении фаски ножа.

На рис. 4 показаны зависимости безразмерной силы сопротивления формы ножа с фигурной кромкой от безразмерной глубины погружения лезвия в материал при различных значениях безразмерной скорости резания, на рис. 5 – при различных значениях меры эластичности. На рис. 6 изображены зависимости указанной силы от безразмерной глубины при различных значениях безразмерной длины ножа. На рис. 7 приведен контурный график с зависимостями безразмерной силы сопротивления формы от безразмерной глубины погружения лезвия и угла входа кромки.

На рис. 8,*а* показаны зависимости безразмерной силы сопротивления формы фигурного ножа от безразмерной скорости резания при различных значениях безразмерной длины лезвия, на рис. 8, δ – от меры эластичности при различных значениях безразмерной скорости. На рис. 9,*a* приведены зависимости указанной силы от угла входа кромки при различных значениях угла подъема, на рис. 9, δ – от угла подъема кромки при различных значениях угла входа. На контурном графике рис. 10 показаны зависимости указанной безразмерной силы от угла входа и угла подъема ножа.



Рисунок 4 - Зависимость безразмерной силы сопротивления формы ножа с фигурной кромкой от безразмерной глубины погружения лезвия при различных значениях безразмерной скорости резания ($\overline{L} = 4$; $e_{01} = 3$; $\theta = 40^{\circ}$): a - при угле входа кромки $\beta = 15^{\circ}$; $\delta -$ при угле входа кромки $\beta = 55^{\circ}$; $1 - \overline{v} = 0,2$; $2 - \overline{v} = 0,4$; $3 - \overline{v} = 1$; $4 - \overline{v} = 20$



Рисунок 5 - Зависимость безразмерной силы сопротивления формы ножа с фигурной кромкой от безразмерной глубины погружения лезвия при различных значениях меры эластичности материала ($\overline{L} = 4$; $\overline{v} = 0,2$; $\theta = 40^{\circ}$): a - при угле входа кромки $\beta = 15^{\circ}$; $\delta -$ при угле входа кромки $\beta = 55^{\circ}$;

$$1 - e_{01} = 3; 2 - e_{01} = 5; 3 - e_{01} = 7; 4 - e_{01} = 10$$



Рисунок 6 - Зависимость безразмерной силы сопротивления формы ножа с фигурной кромкой от безразмерной глубины погружения лезвия при различных значениях его безразмерной длины ($e_{01} = 3$; $\overline{v} = 0,2$; $\theta = 40^{\circ}$): a -при угле входа кромки $\beta = 15^{\circ}$; $\delta -$ при угле входа кромки $\beta = 55^{\circ}$; $1 - \overline{L} = 4$; $2 - \overline{L} = 4,7$; $3 - \overline{L} = 6$; $4 - \overline{L} = 8$



Рисунок 7 - Зависимость безразмерной силы сопротивления формы ножа с фигурной кромкой от безразмерной глубины погружения лезвия и угла входа кромки ($\overline{L} = 4$; $e_{01} = 3$; $\overline{v} = 0,2$; $\theta = 40^{\circ}$)





a – от безразмерной скорости резания при различных значениях безразмерной длины лезвия: $1 - \overline{L} = 4; 2 - \overline{L} = 5; 3 - \overline{L} = 6; 4 - \overline{L} = 7;$ δ – от меры эластичности при различных значениях безразмерной скорости:

 $1 - \overline{v} = 0,2; 2 - \overline{v} = 0,4; 3 - \overline{v} = 1; 4 - \overline{v} = 20$



Рисунок 9 - Зависимости безразмерной силы сопротивления формы ножа с фигурной кромкой ($\overline{L} = 4$; $e_{01} = 5$; $\overline{v} = 0,4$):

a – от угла входа кромки при различных значениях угла подъема: $1 - \theta = 5^{\circ}$; $2 - \theta = 15^{\circ}$; $3 - \theta = 30^{\circ}$; $4 - \theta = 55^{\circ}$; δ – от угла подъема при различных значениях угла входа: $1 - \beta = 5^{\circ}; 2 - \beta = 15^{\circ}; 3 - \beta = 30^{\circ}; 4 - \beta = 55^{\circ}$ θ° 3,0 45 2,5 35 2,0 25 1,5



Рисунок 10 - Зависимости безразмерной силы сопротивления формы ножа с фигурной кромкой от угла входа и угла подъема ($\overline{L} = 4$; $e_{01} = 3$; $\overline{v} = 0,2$)

Обсуждение результатов

Проанализируем влияние различных параметров на безразмерную силу фигурной кромкой. Результаты сопротивления формы ножа с моделирования, представленные на рис. 4 показывают, что с увеличением безразмерной глубины погружения лезвия в материал указанная безразмерная сила нелинейно монотонно возрастает, что

объясняется увеличением площади контакта деформируемого материала с наклонной гранью ножа. При этом следует отметить, что характер зависимости безразмерной силы от безразмерной глубины погружения изменяется при различных значениях конструктивного угла входа кромки. При малых углах входа кривая зависимости является вогнутой, а при больших углах – выпуклой. С ростом безразмерной скорости резания безразмерная сила сопротивления формы ножа с фигурной кромкой увеличивается.

Рис. 5 иллюстрирует, что с повышением меры эластичности материала указанная безразмерная сила увеличивается. Рис. 6,a демонстрирует, что при малых углах входа кромки безразмерная сила сопротивления формы снижается с увеличением безразмерной длины лезвия. В то же время, как показывает рис. $6, \delta$, при больших углах входа кромки указанная сила повышается с ростом безразмерной длины ножа при том же значении угла подъема. Это свидетельствует о том, что конструктивная геометрия лезвия существенно влияет на характер зависимостей силы сопротивления от параметров процессов резания.

Контурный график на рис. 7 иллюстрирует, что на определенной глубине погружения вершины ножа в материал с увеличением угла входа кромки при том же угле сопряжения безразмерная сила сопротивления нелинейно возрастает, причем вогнутая форма функциональной зависимости изменяется на выпуклую.

Рис. 8,*а* демонстрирует, что при полном погружении режущей кромки в материал с увеличением безразмерной скорости ножа указанная сила нелинейно монотонно возрастает и стремится к предельному значению. Рис. 8,*б* показывает, что с повышением меры эластичности материала указанная сила практически линейно растет. Следует отметить, что при условии полного погружения режущей кромки увеличение безразмерной длины лезвия приводит к росту безразмерной силы, поскольку повышается площадь контакта ножа и деформируемым материалом. В то же время, при неполном погружении кромки, такой параметр как безразмерная длина ножа определяет не площадь контакта, а геометрическую форму погруженной части кромки при заданных углах входа и подъема, что видно из рис. 6.

Рис. 9,*а* иллюстрирует, что с увеличением угла входа режущей кромки безразмерная сила сопротивления формы нелинейно монотонно возрастает. При этом повышение угла подъема также приводит к росту указанной силы. Рис. 9,*б* демонстрирует, что при заданном угле входа безразмерная сила нелинейно монотонно увеличивается с повышением угла подъема при постоянной безразмерной длине лезвия. Контурный график на рис. 10 наглядно показывает вышеуказанные закономерности. Следует отметить, что при условии $\angle \theta = \angle \beta$ функция, соответствующая модели (34), имеет точки разрыва – это случай, соответствующий процессу резания ножом с прямой наклонной кромкой.

Выводы

1. Выполнена постановка задачи аналитического определения силы сопротивления формы ножа при нормальном резании мышечной ткани рыбы лезвием с фигурной кромкой в условиях стесненного сжатия вязкоупругого материала. Сформулированы основные допущения, при которых проведено решение указанной задачи.

2. Разработан комплекс математических моделей для расчета размерных и безразмерных сил сопротивления формы ножа с фигурной кромкой при неполном и полном погружении лезвия в вязкоупругий материал.

3. Установлены основные зависимости процесса резания сырья от геометрии фигурного ножа, реологии мышечной ткани рыбы и скорости резания.

4. Создана теоретическая основа для постановки и решения задачи оптимизации формы фигурной кромки лезвия по критерию минимизации силы сопротивления формы в сравнении с ножом, имеющим прямую наклонную кромку.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the Efficiency of Food Materials Cutting during Inclined and Shear Movements of Knife. *Materials*, 2022, Vol. 15, 289.

2. Schuldt S., Schneider Y., Rohm H. High-speed cutting of foods: Cutting behavior and initial cutting forces. *Journal of Food Engineering*, 2018, no. 230, pp. 55-62.

3. Schuldt S., Arnold G., Kowalewski J., Schneider Y., Rohm H. Analysis of the sharpness of blades for food cutting. *Journal of Food Engineering*, 2016, no. 188, pp. 13-20.

4. Pagani M., Perego U. Explicit dynamics simulation of blade cutting of thin elastoplastic shells using «directional» cohesive elements in solid-shell finite element models. *Computer methods in applied Mechanics and Engineering*. 2015. no. 285, pp. 515-541.

5. Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. no. 91, pp. 33-45.

6. Atkins T. Optimum blade configurations for the cutting of soft solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, no. 73, pp. 2523-2531.

7. Spagnoli A., Brighenti R., Terzano M., Artoni F. Cutting resistance of soft materials: Effects of blade inclination and friction. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 200-206.

8. Spagnoli A., Terzano M., Brighenti R., Artoni F., Ståhle P. The fracture mechanics in cutting: A comparative study on hard and soft polymeric materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, no. 148, pp. 554-564.

9. Voloski F.L.S., Tonello L., Ramires T., Reta G.G., Dewes C., Iglesias M., Mondadori R.G., Gandra E.A., da Silva W.P., Duval E.H. Influence of cutting and deboning operations on the microbiological quality and shelf life of buffalo meat. *Meat Science*, 2016, no. 116, pp. 207-212.

10. Mehta N.K., Nayak B.B. Bio-chemical composition, functional, and rheological properties of fresh meat from fish, squid, and shrimp: A comparative study. *International Journal of Food Properties*, 2017, no. 20, pp. 707-721.

11. Vandenberghe E., Charalambides M.N., Mohammed I.K., Ketelaere B.D., Baerdemaeker J.D., Claes J. Determination of a critical stress and distance criterion for crack propagation in cutting models of cheese. *Journal of Food Engineering*, 2017, no. 208, pp. 1-10.

12. Holl H.J., Meindlhumer M., Simader V., Schnurer D., Brandl A. Experimental investigation of friction reduction by superimposed vibrations. *Materials Today: Proceedings*, 2018, no. 5, pp. 26615–26621.

13. Karltun J., Vogel K., Bergstrand M., Eklund J. Maintaining knife sharpness in industrial meat cutting: A matter of knife or meat cutter ability. *Applied Ergonomics* 2016, no. 56, pp. 92–100.

14. Xiao-Ping Zhou, Liang Fu, Wang Ju, Berto F. An experimental study of the mechanical and fracturing behavior in PMMA specimen containing multiple 3D embedded flaws under uniaxial compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 207-216.

15. Kasperowicz M.B., Chomka G.P., Bil T. Determination of Supply Pressure during Cutting Fish Using High-Pressure Water Stream Taking into Account the Cutting Place and Diameter of the Water Nozzle. *International Journal of Food Engineering*, 2019, vol. 16:3, pp. 814-825.

16. Wilson A., Anukiruthika T., Moses J.A. et al.. Customized Shapes for Chicken Meat-Based Products: Feasibility Study on 3D-Printed Nuggets. *Food and Bioprocess Technology*, 2020, no. 13, pp. 1968-1983.

17. Nelson H., Deyo S., Granzier-Nakajima S. et al. A mathematical model for meat cooking. *The European Physical Journal Plus*, 2020, no. 135, p. 322

18. Malakizadi A., Hosseinkhani K., Mariano E. et al. Influence of friction models on FE simulation results of orthogonal cutting process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, no. 88, pp. 3217-3232.

19. Агеев О.В., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Выбор и идентификация реологической модели структурно-механических свойств мышечной ткани рыбы // Известия Калининградского государственного технического университета. 2018. № 49. С. 75-91.

20. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife. *Journal of Friction and Wear*, 2019, vol. 40, no. 6, pp. 580-587.

21. Ageev O.V., Jakubowski M., Giurgiulescu L. Mathematical simulation of deformation friction force during food material cutting. *Carpathian Journal of Food Science and Technology*, 2020, Vol. 12 (4), pp. 5-11.

22. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А. Математическое моделирование деформационной силы трения ножа с различными параметрами шероховатости при резании рыбы // Известия КГТУ. 2019. № 54. С. 77-90.

23. Ageev O.V., Fatykhov J.A, Jakubowski M. Mathematical simulation of forces of normal contact pressure on the edges of double-edge knife during food materials cutting. *Carpathian Journal of Food Science and Technology*, 2018, Vol. 10 (5), pp. 158-169.

24. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Математическое моделирование силы сопротивления формы двухкромочного ножа без боковых граней при резании рыбы // Известия КГТУ. 2019. № 53. С. 75-88.

25. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Giurgiulescu L., Janowicz M., Jakubowski M. Experimental characterization and mathematical modeling of fracture and friction resistance forces during tuna cutting. *Journal of Food Engineering*, 2021, Vol. 307, 110648.

REFERENCES

1. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Samojlova N.V., Jakubowski M. Increasing the Efficiency of Food Materials Cutting during Inclined and Shear Movements of Knife. *Materials*, 2022, Vol. 15, 289.

2. Schuldt S., Schneider Y., Rohm H. High-speed cutting of foods: Cutting behavior and initial cutting forces. *Journal of Food Engineering*, 2018, no. 230, pp. 55-62.

3. Schuldt S., Arnold G., Kowalewski J., Schneider Y., Rohm H. Analysis of the sharpness of blades for food cutting. *Journal of Food Engineering*, 2016, no. 188, pp. 13-20.

4. Pagani M., Perego U. Explicit dynamics simulation of blade cutting of thin elastoplastic shells using «directional» cohesive elements in solid-shell finite element models. *Computer methods in applied Mechanics and Engineering*. 2015. no. 285, pp. 515-541.

5. Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. no. 91, pp. 33-45.

6. Atkins T. Optimum blade configurations for the cutting of soft solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, no. 73, pp. 2523-2531.

7. Spagnoli A., Brighenti R., Terzano M., Artoni F. Cutting resistance of soft materials: Effects of blade inclination and friction. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 200-206.

8. Spagnoli A., Terzano M., Brighenti R., Artoni F., Ståhle P. The fracture mechanics in cutting: A comparative study on hard and soft polymeric materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, no. 148, pp. 554-564.

9. Voloski F.L.S., Tonello L., Ramires T., Reta G.G., Dewes C., Iglesias M., Mondadori R.G., Gandra E.A., da Silva W.P., Duval E.H. Influence of cutting and deboning operations on the microbiological quality and shelf life of buffalo meat. *Meat Science*, 2016, no. 116, pp. 207-212.

10. Mehta N.K., Nayak B.B. Bio-chemical composition, functional, and rheological properties of fresh meat from fish, squid, and shrimp: A comparative study. *International Journal of Food Properties*, 2017, no. 20, pp. 707-721.

11. Vandenberghe E., Charalambides M.N., Mohammed I.K., Ketelaere B.D., Baerdemaeker J.D., Claes J. Determination of a critical stress and distance criterion for crack propagation in cutting models of cheese. *Journal of Food Engineering*, 2017, no. 208, pp. 1-10.

12. Holl H.J., Meindlhumer M., Simader V., Schnurer D., Brandl A. Experimental investigation of friction reduction by superimposed vibrations. *Materials Today: Proceedings*, 2018, no. 5, pp. 26615–26621.

13. Karltun J., Vogel K., Bergstrand M., Eklund J. Maintaining knife sharpness in industrial meat cutting: A matter of knife or meat cutter ability. *Applied Ergonomics* 2016, no. 56, pp. 92–100.

14. Xiao-Ping Zhou, Liang Fu, Wang Ju, Berto F. An experimental study of the mechanical and fracturing behavior in PMMA specimen containing multiple 3D embedded flaws under uniaxial compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, no. 101, pp. 207-216.

15. Kasperowicz M.B., Chomka G.P., Bil T. Determination of Supply Pressure during Cutting Fish Using High-Pressure Water Stream Taking into Account the Cutting Place and Diameter of the Water Nozzle. *International Journal of Food Engineering*, 2019, vol. 16:3, pp. 814-825.

16. Wilson A., Anukiruthika T., Moses J.A. et al. Customized Shapes for Chicken Meat-Based Products: Feasibility Study on 3D-Printed Nuggets. *Food and Bioprocess Technology*, 2020, no. 13, pp. 1968-1983.

17. Nelson H., Deyo S., Granzier-Nakajima S. et al. A mathematical model for meat cooking. *The European Physical Journal Plus*, 2020, no. 135, p. 322

18. Malakizadi A., Hosseinkhani K., Mariano E. et al. Influence of friction models on FE simulation results of orthogonal cutting process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, no. 88, pp. 3217-3232.

19. Ageev O.V., Fatykhov Yu.A., Samojlova N.V. *Vybor i identifikaciya reologicheskoy modeli strukturno-mehanicheskih svoystv myshechnoy tkani ryby* [Selection and identification of rheological model of the structural-mechanical properties of muscular fish tissue]. *Izvestiya Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta.* 2018, no. 49, pp. 75-91.

20. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife. *Journal of Friction and Wear*. 2019, vol. 40, no. 6, pp. 580-587.

21. Ageev O.V., Jakubowski M., Giurgiulescu L. Mathematical simulation of deformation friction force during food material cutting. *Carpathian Journal of Food Science and Technology*, 2020, vol. 12 (4), pp. 5-11.

22. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. *Matematicheskoe modelirovanie deformatsionnoy sily treniya nozha s razlichnymi parametrami sherokhovatosti pri rezanii ryby* [Mathematical simulation of deformation friction force of knife with different parameters of roughness during fish cutting]. Izvestija *Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta.* 2019. no. 54, pp. 77-90.

23. Ageev O.V., Fatykhov J.A, Jakubowski M. Mathematical simulation of forces of normal contact pressure on the edges of double-edge knife during food materials cutting. *Carpathian Journal of Food Science and Technology*, 2018, Vol. 10 (5), pp. 158-169.

24. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A., Samojlova N.V. *Matematicheskoe modelirovanie sily soprotivleniya formy dvukhkromochnogo nozha bez bokovykh graney pri rezanii ryby* [Mathematical simulation of profile resistance force of double-edged knife without side edges during fish cutting]. Izvestiya Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta, 2019, no. 53, pp. 75-88.



25. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Giurgiulescu L., Janowicz M., Jakubowski M. Experimental characterization and mathematical modeling of fracture and friction resistance forces during tuna cutting. *Journal of Food Engineering*, 2021, Vol. 307, 110648.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Самойлова Наталья Владимировна – преподаватель-исследователь, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, е-mail: procyon@mail.ru)

Агеев Олег Вячеславович – доктор технических наук, профессор, Калининградский государственный технический университет (236022, Россия, г. Калининград, Советский пр-т 1, е-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Samojlova Natalia Vladimirovna – Lecturer Researcher, Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: procyon@mail.ru)

Ageev Oleg Viatcheslavovich – Dr.Sci. (Eng.), Prof., Kaliningrad State Technical University (236022, Russia, Kaliningrad, Sovetsky ave. 1, e-mail: oleg.ageev@klgtu.ru)

Статья поступила в редакцию 02.09.2023; одобрена после рецензирования 17.09.2023, принята к публикации 25.09.2023.

The article was submitted 02.09.2023; approved after reviewing 17.09.2023; accepted for publication 25.09.2023.