

УДК 532.5

**ТУРБУЛЕНТНОСТЬ – ОДНА ИЗ НЕРЕШЕННЫХ ПРОБЛЕМ
СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ (КРАТКИЙ ОБЗОР)**

С.С. Воронков

**TURBULENCE IS ONE OF THE UNSOLVED PROBLEMS
OF MODERN PHYSICS (SHORT REVIEW)**

S.S. Voronkov

Аннотация. Показано, что турбулентность в вязком газе представляет собой циклический процесс возникновения и распада вихревых трубок. Полный цикл турбулентности включает следующие этапы: усиление низкочастотных возмущений, возникновение волн Толлмина-Шлихтинга, возникновение вихревых трубок, деформация и растяжение вихревых трубок, распад вихревых трубок, сопровождающийся взрывным, асимптотическим ростом пульсации давления, распространение возмущений давления по вихревым трубкам с образованием турбулентных пятен Эммонса, возникновение пульсаций скорости различных частот и интенсивностей. Представлен график полного цикла турбулентности. Дается ответ на вопрос о существовании и гладкости решений уравнений Навье-Стокса: давление в турбулентном потоке вязкого газа в зоне распада вихревых трубок асимптотически возрастает и претерпевает разрыв.

Ключевые слова: *полный цикл турбулентности; уравнения Навье-Стокса.*

Abstract. It is shown that turbulence in a viscous gas is a cyclic process of the formation and decay of vortex tubes. The full cycle of turbulence includes the following stages: amplification of low-frequency disturbances, appearance of Tollmien-Schlichting waves, appearance of vortex tubes, deformation and stretching of vortex tubes, collapse of vortex tubes, accompanied by an explosive, asymptotic increase in pressure fluctuations, propagation of pressure disturbances along vortex tubes with the formation of Emmons turbulent spots, the occurrence of velocity pulsations of various frequencies and intensities. A graph of the full cycle of turbulence is presented. An answer is given to the question of the existence and smoothness of solutions of the Navier-Stokes equations: pressure in a turbulent flow of viscous gas in the zone of collapse of vortex tubes asymptotically increases and undergoes a discontinuity.

Key words: *full cycle of turbulence; Navier-Stokes equations.*

Введение

Турбулентность – одна из нерешенных проблем современной физики [1]. С точки зрения инженерной практики явление турбулентности понятно. Инженеры знают, что режимы движения жидкости (ламинарный, переходный, турбулентный) влияют на потери давления и энергии в технических системах. В XX веке в результате многочисленных экспериментальных и теоретических исследований получены методики и формулы расчета этих потерь. Но нет окончательного понимания физики процесса. Полученные экспериментальные результаты по внутренней структуре турбулентных потоков не всегда описываются теоретическими моделями. Есть разрыв между теорией и экспериментом.

Приведем несколько цитат известных ученых, подчеркивающих сложность проблемы турбулентности. Струминский В.В. [2]: «Проблема турбулентности на протяжении целого века не получила минимально необходимого теоретического обоснования несмотря на значительные усилия многих всемирно известных ученых и несмотря на наибольшую распространенность этого вида движения материи в окружающей нас биосфере, а также во всей практической деятельности человечества. Ученые вынуждены были чисто эмпирически решать важнейшие научные и технические проблемы, затрачивая подчас огромные

средства». Лапин Ю.В. [3]: «Завершая краткое, далеко не полное, отчасти хронологическое описание становления некоторых идей и подходов, лежащих в основании математического моделирования турбулентности, трудно избавиться от ощущения, что кажущиеся иногда весьма пессимистическими прогнозы относительно сроков решения тех или иных проблем турбулентности, со временем представляются излишне оптимистическими, в очередной раз напоминая об умении природы хранить свои тайны».

Как показано в работах [4,5], турбулентность в жидкостях и газах представляет собой циклический процесс возникновения и распада вихревых трубок. Полный цикл турбулентности включает различные этапы. Рассмотрим более подробно полный цикл турбулентности и ответим на вопрос о существовании и гладкости решений уравнений Навье-Стокса в вязком газе.

Полный цикл турбулентности в вязком газе

Рассмотрим более подробно полный цикл турбулентности в вязком газе, включающий следующие этапы [5]:

1. Усиление низкочастотных возмущений – этап 1

$$\Delta p = 2(k-1)\mu \frac{u_\infty u'_m}{\omega \delta^2} \sin \omega t, \quad (1)$$

где Δp — пульсация давления, u_∞ — скорость набегающего потока; u'_m — амплитуда пульсационной составляющей скорости; ω — круговая частота возмущения скорости; δ — толщина пограничного слоя, μ — коэффициент динамической вязкости; t — время; k — показатель адиабаты.

Как видно из рис. 1 и установлено в [6]: «возмущения всех частот претерпевают скачок амплитуды в окрестности передней кромки. Однако существует различие между скачком амплитуды возмущений высоких и низких частот. В то время как амплитуды возмущений высоких частот увеличиваются на 20–30%, возмущения низких частот в районе передней кромки имеют амплитуды в 4–5 раз больше, чем перед пластиной».

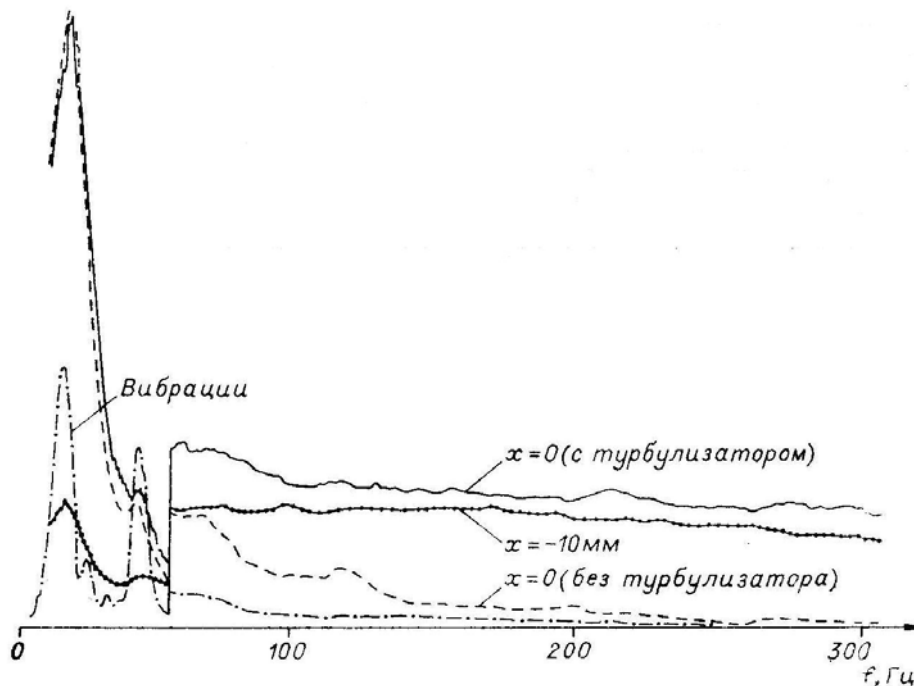


Рис. 1. Спектры мощности вибраций пластины и возмущений в районе передней кромки при $u_\infty = 5,8$ м/с, $\varepsilon = 0,43\%$. Рисунок из работы [6]

2. Возникновение волн Толлмина-Шлихтинга – этап 2

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} = (a_s^2 + \frac{4}{3}(k-1)\nu \operatorname{div} \mathbf{V}) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{V}, \quad (2)$$

где \mathbf{V} — вектор скорости газа; a_s — адиабатное и изоэнтропное значение скорости звука; ν — коэффициент кинематической вязкости

3. Возникновение вихревых трубок – этап 3

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{\omega}}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\omega}$ — круговая частота вращения вихревой трубки.

4. Деформация и растяжение вихревых трубок – этап 4

Деформация и растяжение вихревых трубок описывается уравнением Фридмана [7]

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \mathbf{S} - \boldsymbol{\omega} \operatorname{div} \mathbf{V}, \quad (4)$$

где \mathbf{S} — тензор скоростей деформаций.

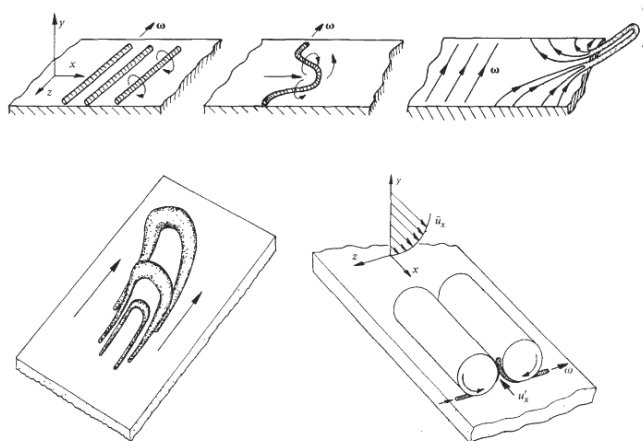


Рис. 2. Появление двумерных вихрей и их распад на трехмерные структуры. Этапы 3 и 4. Рисунок из работы [8]. Цитируется по [9]

5. распад вихревых трубок, сопровождающийся взрывным, асимптотическим ростом пульсации давления – этап 5

$$\Delta p = \mu \frac{4(k-1)}{9} \frac{\omega_0^4 t_0^3}{(1-\tau)^3}, \quad (5)$$

где ω_0 — круговая частота вихревой трубки до начала распада, t_0 — время полного распада вихревой трубки, $\tau = \frac{t}{t_0}$ — безразмерное время.

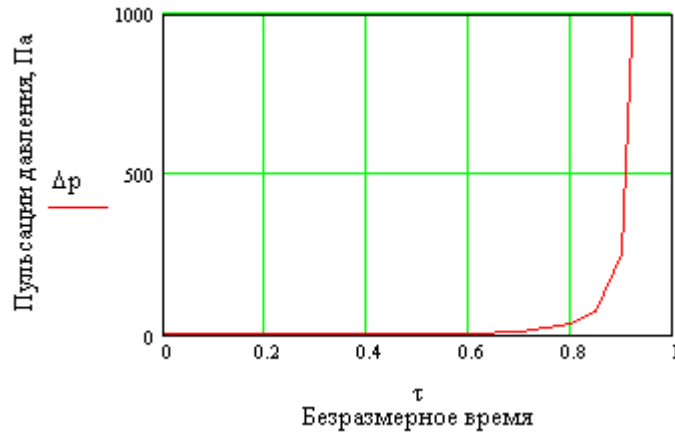


Рис. 3. Пульсации давления в пограничном слое вязкого газа в зоне распада вихревой трубки, вычисленные по формуле (5). При расчете принималось: $\mu = 1,82 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$; $k = 1,4$; $\omega_0 = 100\pi \text{ рад/с}$; $t_0 = 0,02 \text{ с}$. Рисунок из работы [10]

6. Распространение возмущений давления по вихревым трубкам с образованием турбулентных пятен Эммонса – этап 6

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = (a_s^2 + \frac{4}{3}(k-1)\text{div}V)\text{divgrad}p, \quad (6)$$

где p — давление.

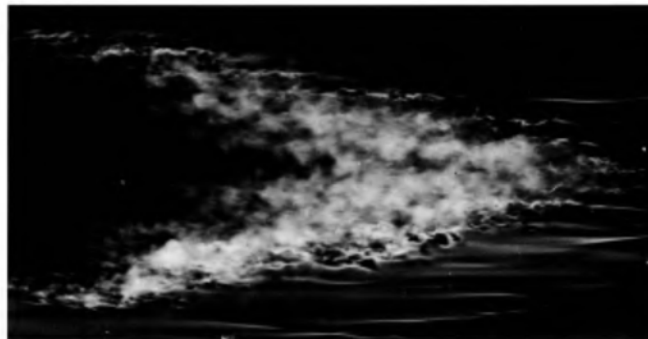


Рис. 4. Турбулентное пятно Эммонса. Число Рейнольдса $Re = 400000$. Визуализация осуществляется при помощи дыма в воздухе, освещаемого вспышкой. Фото R.E. Falco. Рисунок из работы [11]

7. Возникновение пульсаций скорости различных частот и интенсивностей – этап 7

Возникновение пульсаций скорости различных частот и интенсивностей происходит под действием пульсаций давления и описывается уравнением Навье-Стокса [10]

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{\rho}\text{grad}p + \nu\nabla^2V + \frac{\nu}{3}\text{graddiv}V, \quad (7)$$

где ρ — плотность.

Приведем график полного цикла турбулентности – рис. 5

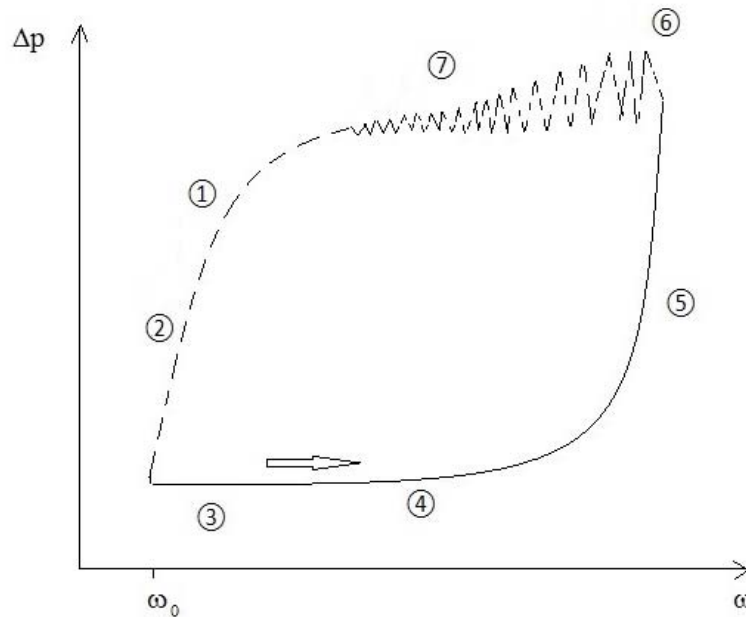


Рис. 5. Полный цикл турбулентности. — номер соответствующего этапа, Δp — пульсации давления, ω — круговая частота вихревых трубок, ω_0 — круговая частота вихревой трубки до начала распада. Сплошной кривой изображены процессы образования вихревых трубок, их растяжения, деформации и распада — этапы 1, 2, 3, 4. Штриховой кривой изображены процессы образования пятен Эммонса, возникновения пульсаций скорости, усиления низкочастотных возмущений, возникновения волн Толлмина-Шлихтинга — этапы 5, 6, 7. На этих этапах происходит непосредственно диссипация энергии и подготовка формирования вихревых трубок. Стрелка указывает направление обхода цикла — «против часовой стрелки»

Некоторые из приведенных этапов в тех или иных условиях могут отсутствовать. Этап 2 возникновения волн Толлмина-Шлихтинга происходит, как правило, на передней кромке пластины при низкой начальной турбулентности и в развитом турбулентном потоке отсутствует. Этап 6, при равномерном растяжении вихревой трубки по всей длине, также может отсутствовать.

Сведем приведенные этапы полного цикла турбулентности в таблицу.

Таблица

Полный цикл турбулентности в вязком газе		
№ этапа	Название	Уравнения
1.	Усиление низкочастотных возмущений.	$\Delta p = 2(k-1)\mu \frac{u_\infty u'_m}{\omega \delta^2} \sin \omega t.$
2.	Возникновение волн Толлмина-Шлихтинга.	$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} = (a_s^2 + \frac{4}{3}(k-1)v \operatorname{div} \mathbf{V}) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{V}.$
3.	Возникновение вихревых трубок.	$\frac{\partial^2 \boldsymbol{\omega}}{\partial t^2} = 0.$
4.	Деформация и растяжение вихревых трубок.	$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \mathbf{S} - \boldsymbol{\omega} \operatorname{div} \mathbf{V}$ – ур-ние Фридмана.

5.	Распад вихревых трубок.	$\Delta p = \frac{4(k-1)}{9} \mu \frac{\omega_0^4 t_0^3}{(1-\tau)^3}.$
6.	Распространение возмущений давления.	$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = (a_s^2 + \frac{4}{3}(k-1)v \operatorname{div} \mathbf{V}) \operatorname{div} \operatorname{grad} p.$
7.	Возникновение пульсаций скорости.	$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{\nu}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{V} -$ уравнение Навье-Стокса.

Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса

Задача существования и гладкости решений уравнений Навье-Стокса [12] сформулирована Математическим институтом Клэя [13] как одна из семи математических задач тысячелетия. Уравнения Навье-Стокса в приближении несжимаемости среды являются нелинейными и их аналитические решения на сегодня найдены только для узкого круга задач [14,15]. Поэтому считается, что доказательство существования и гладкости решений уравнений Навье-Стокса позволит глубже понять свойства уравнений и разобраться в проблеме турбулентности, которая остается одной из важнейших нерешенных проблем в физике [1].

В постановке задачи о существовании и гладкости решений уравнений Навье-Стокса в приближении несжимаемости среды требуется доказать одно из двух утверждений [12], что решения уравнений Навье-Стокса, вектор скорости $\mathbf{V}(x,y,z,t)$ и поле давления $p(x,y,z,t)$, существуют и они гладкие или же, что решения $\mathbf{V}(x,y,z,t)$ и $p(x,y,z,t)$ не существуют или они негладкие.

Но как показано в работах [4,5], турбулентность в жидкостях и газах связана со сжимаемостью среды.

Поэтому задача существования и гладкости решений уравнений Навье-Стокса в приближении несжимаемости среды представляет интерес лишь с точки зрения математики и лишена физического содержания.

С точки зрения физики при рассмотрении существования и гладкости решений уравнений Навье-Стокса необходимо учитывать сжимаемость среды.

Приведенное выражение для пульсации давления в вязком газе (5) свидетельствует о том, что давление в турбулентном потоке вязкого газа в зонах распада вихревых трубок асимптотически возрастает и претерпевает разрыв – рис.3.

Полученное аналитическое выражение для пульсаций давления (5) объясняет катастрофический, взрывной механизм возникновения турбулентных пятен Эммонса в пограничном слое и перехода в целом. Давление в определенных точках пограничного слоя, где произошел распад вихревых трубок, нарастает быстро, асимптотически, что порождает шипы и высокочастотные пульсации скорости.

Но такое разрывное поведение давления в турбулентном потоке вязкого газа следует не из решений уравнений Навье-Стокса в приближении несжимаемости среды, а из решений более общей системы уравнений, учитывающей сжимаемость и диссипацию энергии: уравнений Навье-Стокса, энергии, неразрывности и состояния.

Заключение

1. Турбулентность в вязком газе представляет собой циклический процесс возникновения и распада вихревых трубок. Полный цикл турбулентности включает следующие этапы: усиление низкочастотных возмущений, возникновение волн Толлмина-Шлихтинга, возникновение вихревых трубок, деформация и растяжение вихревых трубок, распад вихревых трубок, сопровождающийся взрывным, асимптотическим ростом пульсации давления, распространение возмущений давления по вихревым трубкам с образованием

турбулентных пятен Эммонса, возникновение пульсаций скорости различных частот и интенсивностей.

2. Представлен график полного цикла турбулентности.

3. Дается ответ на вопрос о существовании и гладкости решений уравнений Навье-Стокса: давление в турбулентном потоке вязкого газа в зоне распада вихревых трубок асимптотически возрастает и претерпевает разрыв. Но такое разрывное поведение давления в турбулентном потоке вязкого газа следует не из решений уравнений Навье-Стокса в приближении несжимаемости среды, а из решений более общей системы уравнений, учитывающей сжимаемость и диссипацию энергии: уравнений Навье-Стокса, энергии, неразрывности и состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Википедия. Нерешенные проблемы современной физики. [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Нерешённые_проблемы_современной_физики (дата обращения: 09.09.2022).

2. Струминский В.В. К теоретическим основам турбулентных течений // Докл. АН СССР. 1985. Т. 280, № 3. С. 570-574.

3. Лапин Ю. В. Статистическая теория турбулентности (прошлое и настоящее – краткий очерк идей). Научно технические ведомости № 2 2004. Проблемы турбулентности и вычислительная гидродинамика (к 70-летию кафедры «Гидроаэродинамика»). С. 1-34.

4. Воронков С. С. О турбулентности в жидкостях и газах. Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2021 том 7 № 3. С. 1-8. [Электронный ресурс]. URL: <http://vestnik-nauki.ru/> (дата обращения: 09.09.2022).

5. Воронков С. С. О механизме распада вихревых трубок в пограничном слое. Электронный журнал «Техническая акустика». 2022. № 1. С. 1-10. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.ejta.org> (дата обращения: 09.09.2022).

6. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. – 151 с.

7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.

8. Davidson, P. A. Turbulence: an introduction for scientists and engineers. Oxford, UK: Oxford University Press, 2004. 680 p.

9. Гарбарук А. В. Переход к турбулентности. Лекция 2. СПб.: СПбГПУ, 2019. – 35 с. [Электронный ресурс]. URL: https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/turb_models/Term8_Lec02_transition.pdf (дата обращения: 09.09.2022).

10. Воронков С. С. Турбулентность полный цикл. – Псков: Vorss60, 2022. – 44 с. [Электронный ресурс]. Электронный вариант работы представлен на Яндекс.Диске: <https://disk.yandex.ru/i/YTJbMTrXyuMV7w> (дата обращения: 09.09.2022).

11. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986. 184 с.

12. Википедия. Существование и гладкость решений уравнений Навье-Стокса. [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Существование_и_гладкость_решений_уравнений_Навье_—_Стокса (дата обращения: 09.09.2022).

13. The Clay Mathematics Institute. [Электронный ресурс]. URL: <https://claymath.org/> (дата обращения: 09.09.2022).

14. Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1970. 288 с.

15. Темам Р. Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ. М.: Мир, 1981. 408 с.

REFERENCES

1. *Wikipedia. Nereshennii problemi sovremennoj fiziki* [Unsolved problems of modern physics] [Electronic resource]. https://ru.wikipedia.org/wiki/Нерешённые_проблемы_современной_физики (accessed: 09.09.2022).
2. Struminskij V.V. *K teoreticheskim osnovam turbulentnih techenij* [To the theoretical foundations of turbulent flows]. *Doklady AN SSSR*. 1985. Vol. 280, No. 3, pp. 570-574.
3. Lapin U.V. *Statisticheskaja teorija turbulentnosti (proshloe i nastojashee – kratkij ocherk idej)* [Statistical theory of turbulence (past and present - a brief outline of ideas)]. *Problemi turbulentnosti i vychislitel'naja gidrodinamika (k 70-letiu kafedri «Gidrodinamika»)*. P. 1-34.
4. Voronkov S.S. *O turbulentnosti v gidkosti i gazah* [On the turbulence in liquids and gases]. *Vestnik nauki i obrazovaniya Severo-Zapada Rossii*. 2021, Vol. 7, No. 3, pp. 1-8. [Electronic resource]. URL: <http://vestnik-nauki.ru/> (accessed: 09.09.2022).
5. Voronkov S.S. *O mehanizme raspada vihrevih trubok v pograničnom sloe* [On the mechanism of decay of vortex tubes in the boundary layer]. *Elektronnyj zhurnal «Tekhnicheskaya akustika»*. 2022, № 1. S. 1-10. [Electronic resource]. URL: <http://www.ejta.org> (accessed: 09.09.2022).
6. Kachanov U.S., Kozlov V.V., Levchenko V.J. *Vozniknovenie turbulentnosti v pograničnom sloe* [The emergence of turbulence in the boundary layer]. *Novosibirsk: Nauka*, 1982. 151 p.
7. Lojcyanskij L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. Moscow: Nauka, 1978. 736 p.
8. Davidson, P. A. *Turbulence: an introduction for scientists and engineers*. Oxford, UK: Oxford University Press, 2004. 680 p.
9. Garbaruk A. V. *Perehod k turbulentsnosti. Lekcia 2* [Transition to turbulence. Lecture 2]. – *Sankt-Peterburg: SPbSPU*, 2019. 35 p. [Electronic resource]. URL: https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/turb_models/Term8_Lec02_transition.pdf (accessed: 09.09.2022).
10. Voronkov S.S. *Turbulentnost polniy zikl* [Turbulence full cycle]. Pskov: Vorss60, 2022. 44 p. [Electronic resource]. URL: <https://disk.yandex.ru/i/YTJbMTrXyuMV7w> (accessed: 09.09.2022).
11. Van-Dayk M. *Album techeniy gidkosti i gaza* [Album of liquid and gas flows]. Moscow: Mir, 1986. 184 p.
12. *Wikipedia. Suchestvovanie i gladkost recheniy uravneniy Navie-Stoksa* [Existence and smoothness of solutions of the Navier-Stokes equations]. [Electronic resource]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Существование_и_гладкость_решений_уравнений_Навье_—_Стокса (accessed: 09.09.2022).
13. The Clay Mathematics Institute. [Electronic resource]. URL: <https://claymath.org/> (accessed: 09.09.2022).
14. Ladigenskaya O.A. *Matematicheskie voprosi dinamiki viazkoy nesgimaemoy gidkosti* [Mathematical questions of the dynamics of a viscous incompressible fluid]. Moscow: Nauka, 1970. 288 p.
15. Temam R. *Uravnenia Navie-Stoksa. Teoria i chislennyj analiz* [Navier-Stokes equations. Theory and numerical analysis]. Moscow: Mir, 1981. 408 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Воронков Сергей Семенович

Псковский государственный университет, г. Псков, Россия, кандидат технических наук, доцент кафедры архитектуры и строительства

E-mail: vorss60@yandex.ru



Voronkov Sergey Semenovich

Pskov State University, Pskov, Russia, Candidate of Technical Science, Docent of the Department of Architecture and Construction

E-mail: vorss60@yandex.ru