

УДК 624.072.014.2

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ БАЛОК С РОМБОВИДНОЙ ПЕРФОРАЦИЕЙ

К.А. Емельянов, А.И. Притыкин

FINITE-ELEMENT ANALYSIS OF STRESS STATE AND STABILITY OF BEAMS WITH RHOMBIC PERFORATION

K.A. Emelianov, A.I. Pritykin

Аннотация: В данной статье рассматривается проблема местной устойчивости перфорированных балок с вырезами ромбовидной формы, получивших распространение в строительных сооружениях в последнее десятилетие. Их преимущества по сравнению с балками с классической перфорацией стенки шестиугольными вырезами правильной формы пока не изучены. В работе анализируется методом конечных элементов напряженное состояние балки при нагружении ее сосредоточенной силой и делается вывод, что причиной потери устойчивости перемычек являются нормальные напряжения, возникающие в ней от сжатия при действии усилия сдвига на уровне нейтральной оси балки. Проведенное с помощью МКЭ исследование показывает, что критическая нагрузка таких балок слабо зависит от относительной ширины перемычек и близка по величине к критической нагрузке балок с классической перфорацией.

Ключевые слова: перфорированные балки; ромбовидные вырезы; нормальные и касательные напряжения; местная устойчивость; критическая нагрузка; МКЭ

Abstract. In the article the problem of local stability of perforated beams with rhombic shape openings widely spread in structural constructions last decades is considering. The advantages of such perforation compare with classic perforation of beams by openings of regular hexagonal shape still not studied well. In the work the stress state of a perforated beam loaded with pointed load is analyzing with the finite element method. It is concluded that reason of web-posts buckling are normal stresses of compression, appearing in them from action of shear force at level of neutral axis of beam. Fulfilled with help of FEM investigation show that critical load of such beams is almost indifferent to changing of relative width of web-posts and is very similar to critical load of beam with classic perforation by hexagonal regular openings.

Keywords: perforated beams; rhombic openings; normal and shear stresses; local stability; critical load; FEM

Современное состояние вопроса

Устойчивость стенок является одним из слабых мест перфорированных балок. Разнообразие форм вырезов довольно велико. В последние годы появились балки с вырезами ромбовидной (рис. 1а) и синусоидальной формы (рис. 1б), причем тенденции конструктивных изменений по сути противоположные. Если балки с синусоидальными вырезами преследуют цель снижения уровня напряжений в стенках в зоне концентрации, то балки с ромбовидными вырезами приводят к существенному росту таких напряжений.



а



б

Рисунок 1- Балки с вырезами: а - ромбовидной; б - синусоидальной формы

Исследованию напряженно-деформированного состояния и местной устойчивости перфорированных балок посвящено значительное число работ как зарубежных [1-6], так и отечественных авторов [7-16], но решение проблемы устойчивости пока далеко от завершения.

Для успеха исследований, прежде всего, необходимо понять, какого рода усилия или напряжения приводят к потере устойчивости перемычек. Существует две формы потери устойчивости перемычек: от сжатия сосредоточенной силой P , приложенной непосредственно к перемычке (рис.2a) и от усилия сдвига T , возникающего в перемычке на уровне нейтральной оси (рис.2b).

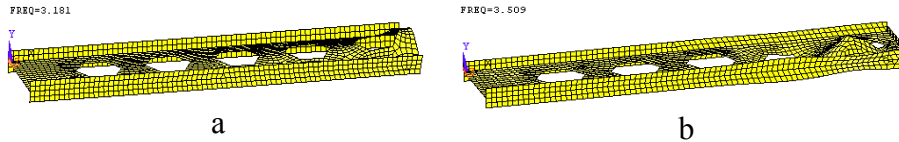


Рисунок 2 - Формы потери устойчивости перемычки: а - от сжатия; б - от сдвига

Напряженное состояние стенок перфорированных балок рассматривалось в работах [6, 7, 10], однако там не было обращено внимание на то, что в стенках перемычек кроме напряжений σ_x и τ_{xz} возникают еще и нормальные напряжения σ_z в горизонтальных сечениях, отсутствующие в балках со сплошной стенкой. Именно эти напряжения приводят к пропеллерообразной форме потери устойчивости перемычек (рис.2b), а не касательные напряжения, как полагало большинство авторов.

Основывается это утверждение на результатах расчета напряженного состояния МКЭ, которые будут приведены ниже.

Аналитический подход к оценке устойчивости балок

Условные обозначения, принятые в балке с ромбовидными вырезами, показаны на рис.3.

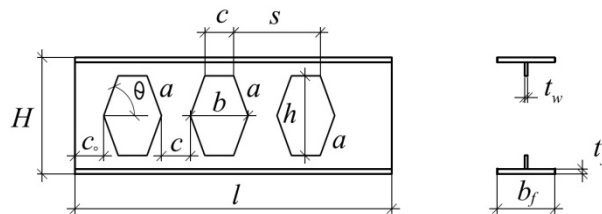


Рисунок 3 - Расчетная схема перфорированной балки

Из условия равновесия фрагмента балки, выделенного двумя нормальными сечениями на расстоянии шага вырезов s (рис.4), следует, что усилие сдвига T_ε , возникающее в перемычке шириной $c = \varepsilon a$ на уровне нейтральной оси, определяется по известной зависимости [1]

$$T_\varepsilon = Vs / f, \quad (1)$$

где $f \approx 0.96H$ - расстояние между равнодействующими горизонтальных усилий, обусловленных нормальными напряжениями изгиба в тавровых поясах в районе выреза; s - шаг вырезов (рис.3)

$$s = (c + b) = 2a(\varepsilon + \cos \vartheta). \quad (2)$$

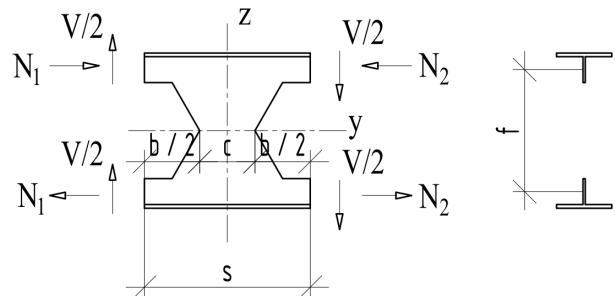


Рисунок 4 - Усилия, действующие в сечениях балки

В формуле (1) величина V представляет собой поперечную силу в районе перемычки. Учитывая, что $h = \beta H$, наклонную сторону выреза представим в виде

$$a = 0.5\beta H / \sin \vartheta. \quad (3)$$

Подстановка (2) и (3) в (1) приводит к зависимости

$$T_\varepsilon = 1.04V\beta(\varepsilon + \cos \vartheta) / \sin \vartheta. \quad (4)$$

Хотя касательные напряжения в перемычке распределяются по параболическому закону, так как на краях вырезов они равны нулю, их средние значения можно вычислить как

$$\tau_\varepsilon = T_\varepsilon / ct_w. \quad (5)$$

Подставляя в (5) выражение (4), с учетом (3) получим

$$\tau_\varepsilon = 2.08V(1 + \cos \vartheta / \varepsilon) / Ht_w. \quad (6)$$

При потере устойчивости поперечная сила достигает критической величины V_{cr} , как и касательные напряжения τ_{cr} . Выразив из (6) V_{cr} , получим

$$V_{cr} = 0.48\tau_{cr}Ht_w / (1 + \cos \vartheta / \varepsilon). \quad (7)$$

Полученная зависимость (7) была бы решением задачи о местной устойчивости перфорированной балки, если бы удалось получить аналитическое выражение для критических напряжений $\tau_{cr}^*(\beta, \varepsilon, \vartheta, H, t_w, E)$ в функции только от геометрических параметров перемычки и модуля упругости E , не связывая это с величиной поперечной силы V . Тогда подстановка величины τ_{cr}^* в (7) позволила бы определять критическое значение поперечной силы, основываясь только на геометрии и материале балки.

Общая устойчивость балок, как правило, обеспечивается за счет наличия настила, расположенного в районе верхних сжатых полок, а вот повышения местной устойчивости можно достичь лишь путем конструктивных мероприятий [7, 8, 16], таких как выбор рациональной ширины перемычек, толщины стенки балки, установки подкрепляющих ребер жесткости или поясков, окаймляющих контур выреза.

Проверим применимость зависимости (4) на примере шарнирно опертой перфорированной балки размерами 550-75-0.4-17-1.52см-0.4-0.667-60⁰, проведя расчет ее методом конечных элементов с определением касательных и нормальных напряжений в перемычке при действии сосредоточенной силы P , приложенной посередине пролета.

Анализ уровня напряжений и устойчивости перемычек МКЭ

Как известно, МКЭ – тонкий инструмент, требующий грамотного обращения. Он является эффективным не только при исследовании пластинчатых конструкций, но и трехмерных, как показано в работах [17, 18]. Важную роль в получении надежных результатов, удовлетворяющих инженерной точности расчетов, играет правильный выбор размеров конечных элементов. Для одной и той же конструкции, но при решении разных задач, размеры конечных элементов могут быть разными. Например, при решении задачи определения прогибов достаточной точности можно достичь при размерах КЭ $\Delta_{КЭ} = 0.03H$, а при решении задачи напряженного состояния требуются уже элементы размерами $\Delta_{КЭ} = 0.01H$. При необходимости учета концентрации напряжений в зоне вырезов применяется комбинированная сетка конечных элементов с мелкими КЭ порядка $\Delta_{КЭ} = (0.001 \div 0.002)H$ в районе контура выреза и в 10 раз крупнее в остальной части конструкции.

При решении задач устойчивости приемлемая точность достигается при тех же размерах КЭ, как и в задачах определения прогибов. Конечно, можно было бы применять везде мелкую сетку элементов, но это приводит к значительной трате времени, да и не всегда возможно на компьютерах средней мощности с ограниченной оперативной памятью.

В выполненных ниже с помощью программного комплекса ANSYS расчетах МКЭ применялись четырехугольные элементы типа Shell 63 с 6-тью степенями свободы в каждом узле. Расчет на местную устойчивость балки 550-75-0.4-17-1.52см-0.667-0.4-60° при действии сосредоточенной силы посередине пролета показал (рис.5а), что соответствующая потере устойчивости перемычек от сдвига нагрузка $P_{cr} = 80.68кН$. На этом же рис.5b приведено распределение касательных критических напряжений, средний уровень которых составляет величину $\tau_{cr}^{МКЭ} = 61.4МПа$.

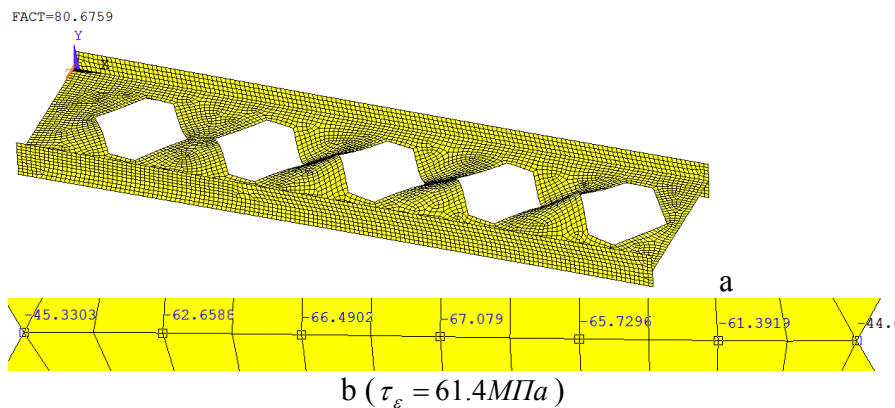


Рисунок 5 - Устойчивость и касательные напряжения в балке (показана половина балки)

Подставляя значения параметров балки и $V_{cr} = 40.34кН$ в (4), получим

$$T_{cr} = 1.04 \cdot 40.34 \cdot 10^3 \cdot 0.667(0.4 + 0.5) / 0.866 = 29.06кН . \quad (8)$$

В соответствии с (5) с учетом (8) и (3) получим

$$\tau_{cr} = 29.06 \cdot 10^3 / (4 \cdot (0.4 \cdot 0.5 \cdot 0.667 \cdot 750) / 0.866) = 63МПа . \quad (9)$$

Это приводит к расхождению с полученным МКЭ значением $\tau_{cr}^{МКЭ} = 61.4МПа$ (рис.5b) в 2.6%.

Если представить картину распределения напряжений σ_z в перемычке, то увидим, что этот уровень довольно высок (рис.6а). При относительной ширине перемычек $\varepsilon = 0.4$ он достигает величины $\sigma_z = 84.5 \text{ МПа}$, а при уменьшении перемычки до $\varepsilon = 0.2$ напряжения σ_z возрастают до уровня $\sigma_z = 127.4 \text{ МПа}$ (рис.6б).

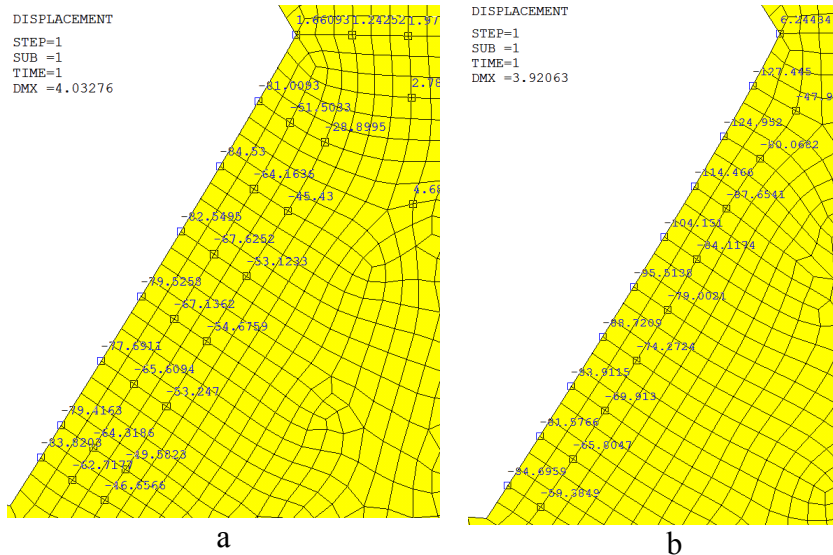


Рисунок 6 - Напряжения σ_z в перемычках балок 550-75-0.4-17-1.52см-0.667- ε -60⁰ при постоянной силе: а - $\varepsilon = 0.4$; $V_{cr} = 40.34 \text{ кН}$; б - $\varepsilon = 0.2$; $V_{cr} = 41.8 \text{ кН}$

Отметим, что характер распределения напряжений σ_z вдоль кромки перемычки существенно меняется с изменением ее ширины ε . Средний уровень касательных напряжений в перемычке при $\varepsilon = 0.2$ равен $\tau_{cr}^{МКЭ} = 96.4 \text{ МПа}$ (рис.7), что приводит к расхождению с вычисленным значением $\tau_\varepsilon = 101.4 \text{ МПа}$ по (6) в 5.2%.

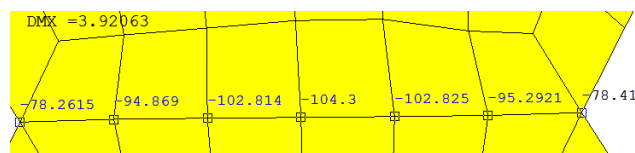


Рисунок 7 – Напряжения τ_{xy} в перемычке с $\varepsilon = 0.2$ при

$$V_{cr} = 41.8 \text{ кН} \quad \tau_{cr}^{МКЭ} = 96.4 \text{ МПа}$$

Заключение

Полученные результаты показали, что зависимость (6) позволят достаточно надежно определять уровень касательных напряжений в перемычках балок с ромбовидными вырезами на уровне нейтральной оси при известной поперечной силе.

Влияние ширины перемычек незначительно сказывается на величине критической нагрузки балок с ромбовидной перфорацией при действии сосредоточенной силы.

Уменьшение ширины перемычек ведет к росту критических напряжений σ_z в соответствии с известной зависимостью, характеризующей устойчивость сжатой пластины от ее ширины.

Проведенный анализ будет содействовать решению задачи местной устойчивости перфорированных балок с ромбовидными вырезами.



ЛИТЕРАТУРА

1. Redwood R., Demirdjian S. Castellated Beam Web Buckling in Shear // *Journal of Structural Engineering*. 1998. V.124. № 10. pp. 1202-1207.
2. Wang P., Wang X., Ma N. Vertical shear buckling capacity of web-posts in castellated steel beams with fillet corner hexagonal web openings // *Engineering Structures*. 2014. №75. pp. 315-326.
3. Jamadar A.M., Kumbhar P.D. Parametric study of castellated beam with circular and diamond shaped openings // *International Research Journal of Engineering and Technology*. 2015. V.02. I.2. Pp. 715-722.
4. Liu T.C., Chung K.F. Steel beam with large web opening of various shapes and sizes: Finite element Investigation // *Journal of Constructional steel Research*. 2003. V.59. pp.1159-1176.
5. Lagros N.D., Psarras L.D., Papadrakakis M., Panagiotou G. Optimum design of steel structures with web opening // *Journal of Engineering Structures*. 2008. V.30. №4. pp. 2528-2537.
6. Chhapkhane S., Kamble R. Analysis of Stress distribution in castellated beam using finite element method and experimental techniques // *Int. Journal of Mech. Eng. applications Research*. 2012. V.3. №3. pp. 190-197.
7. Добрачев В.М., Себешев В. Г., Литвинов Е.В. Местная устойчивость стенки-перемычки перфорированной балки с дополнительными прямоугольными вставками // *Известия вузов. Строительство*. 2004. №5. С. 119-122.
8. Притыкин А.И., Притыкин И.А. Способы повышения местной устойчивости балок с вырезами // *Промышленное и гражданское строительство*. 2010. №7. с. 50-51.
9. Копытов М.М., Яшин С.Г. Местная устойчивость стенки перфорированного двутавра // *Вестник ТГАСУ*. 2000. №1(2). С. 152-158.
10. Притыкин А.И. Концентрация напряжений в балках с одним рядом шестиугольных вырезов // *Вестник МГСУ*. 2009. № 1. С. 118–121.
11. Митчин Р.Б. Местная устойчивость стенки и оптимизация стальной перфорированной балки: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Липецк, 2003. 25с.
12. Притыкин А.И. Местная устойчивость балок с гибкой стенкой и способы ее повышения // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2012. №4(243). С. 25-31.
13. Михайлова, О.В. Стальные балки с несимметричной перфорацией стенки: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. М., 2003. 25с.
14. Притыкин А.И. Прогибы перфорированных балок-стенок с прямоугольными вырезами // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2009. №10(610). С. 110-116.
15. Пименов А.С., Холопов И.С., Соловьев А.В. Оптимальное проектирование перфорированных балок // *Вестник транспорта Поволжья*. 2009. №1. С. 69-74.
16. Притыкин А.И. Повышение местной устойчивости перфорированных балок за счет смещения оси расположения отверстий // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2009. №8(608). С. 116-121.
17. Золотов И.А., Шарков О.В. Анализ напряженно-деформированного состояния внешней обоймы роликовых механизмов свободного хода // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2013. № 10. С. 36 – 41. doi:10.18698/0536-1044-2013-10-36-41.
18. Velikanov N.L., Koryagin S.I., Sharkov O.V. Definition of Locked-up Stresses Around a Rectilinear Welding Seam // *IOP Conference Series:Materials Science and Engineering*. 2016. V.124, 012094. doi:10.1088/1757-899X/124/1/012094.



REFERENCES

- 1 Redwood R., Demirdjian S. Castellated Beam Web Buckling in Shear // Journal of Structural Engineering. 1998. V.124. No10. pp. 1202-1207.
- 2 Wang P., Wang X., Ma N. Vertical shear buckling capacity of web-posts in castellated steel beams with fillet corner hexagonal web openings // Engineering Structures. 2014. No75. pp. 315-326.
- 3 Jamadar A.M., Kumbhar P.D. Parametric study of castellated beam with circular and diamond shaped openings // International Research Journal of Engineering and Technology. 2015. V.02. I.2. pp. 715-722.
- 4 Liu T.C., Chung K.F. Steel beam with large web opening of various shapes and sizes: Finite element Investigation // Journal of Constructional steel Research. 2003. V.59. pp.1159-1176.
- 5 Lagros N.D., Psarras L.D., Papadrakakis M., Panagiotou G. Optimum design of steel structures with web opening // Journal of Engineering Structures. 2008. V.30. No 4. pp. 2528-2537.
- 6 Chhapkhane S., Kamble R. Analysis of Stress distribution in castellated beam using finite element method and experimental techniques // Int. Journal of Mech. Eng. applications Research. 2012. V.3. №3. pp. 190-197.
- 7 Dobrachev V.M, Sebeshev V.G., Litvinov E.V. *Mestnaya ustojchivost' peremychek perofrirovanykh balok s dopolnitel'nymi priamougol'nymi vstavkami* [Local stability of web-post of perforated beam with additional rectangular inserts]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*. 2004. №5. Pp. 119-122.
- 8 Pritykin A.I., Pritykin I.A. *Sposoby povyshenia mestnoj ustojchivosti balok s vyrezami* [Ways of increasing of local stability of beams with openings]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*. 2010. No 7. pp. 50-51.
- 9 Копытов М.М., Яшин С.Г. *Mestnaya ustojchivost' stenok perofrirovanykh dvutavrovyyh balok* [Local stability of web of perforated I-beam]. *Vestnik TGASU*. 2000. №1(2). pp. 152-158.
- 10 Pritykin A.I. *Konzentratsiya napryazhenij v balkah s odnim rjodom shestiugol'nyh vyrezov* [Stress concentration in beams with one row of hexagonal openings]. *Vestnik MGSU*. 2009. № 1. pp. 118-121.
- 11 Mitchin R.B. *Mestnaya ustojchivost' stenok I optimizatsija stal'nyh perforirovanyh balok: avtoref. cand. tech. nauk* [Local stability of web and optimization of steel perforated beam: abstract of diss. dr. sci.]. Lipetsk, 2003. 25p.
- 12 Pritykin A.I. *Mestnaya ustojchivost' balok s gibkoj stenкой I sposoby ejo povyshenija* [Local stability of beams with slender web and ways of it increasing]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij*. 2012. No 4(243). pp. 25-31.
- 13 Mihajlova O.V. *Stal'nye balki s asimmetrichnoj perforatsiej stenki: avtoref. cand. tech. nauk* [Steel beams with asymmetric web perforation: abstract of diss. dr. sci.]: Moscow, 2003. 25p.
- 14 Pritykin A.I. *Progiby perforirovanyh balok-stenok s pryamougol'nymi vyrezami* [Deflections of perforated beam-walls with rectangular openings]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*. 2009. № 10(610). pp. 110-116.
- 15 Pimenov A.S., Holopov I.S., Solovjev A.V. *Optimal'noje proektirovanie perforirovanyh balok* [Optimal design of perforated beams]. *Vestnik transporta Povolzh'ya*. 2009. No 1. Pp. 69-74.
- 16 Pritykin A.I. *Povyshenie mestnoj ustojchivosti perorirovanyh balok putjom smeshcheniya osi raspoloshenia vyresov* [Increasing of local stability of perforated beams due to displacement of axis of location of openings] *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*. 2009. No 8(608). pp. 116-121.
- 17 Zolotov I.A., Sharkov O.V. *Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya vneshney oboymy rolikovykh mekhanizmov svobodnogo khoda* [Analysis of the stress-strain state of an external roller freewheel mechanism cage]. *Izvestiya vuzov. Mashinostroyeniye*. 2013. No10. C. 36-41. doi:10.18698/0536-1044-2013-10-36-41.



18.Velikanov N.L., Koryagin S.I., Sharkov O.V. Definition of Locked-up Stresses Around a Rectilinear Welding Seam. IOP Conference Series:Materials Science and Engineering. 2016. V.124, 012094. doi:10.1088/1757-899X/124/1/012094.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Емельянов Константин Анатольевич

ООО «ЛИТАНА», г. Калининград, Россия, ведущий инженер.

E-mail: k.emel@ako-group.ru

Emelianov Konstantin Anatolievich

LITANA Construction company, Kaliningrad, Russia, Senior Engineer.

E-mail: k.emel@ako-group.ru

Притыкин Алексей Игоревич

Калининградский государственный технический университет, г. Калининград, Россия, декан факультета судостроения и энергетики, профессор кафедры кораблестроения, член-корреспондент Российской академии естественных наук.

Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта, профессор кафедры градостроительства, землеустройства и дизайна

E-mail: prit_alex@mail.ru

Priykin Alexej Igorevich

Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia, Dean of Faculty of Shipbuilding and Energy, professor of the Shipbuilding Department, Corresponding Fellow of Russian Academy of Natural Sciences.

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia, Professor of department of city building, land management and design

E-mail: prit_alex@mail.ru

Корреспондентский почтовый адрес и телефон для контактов с авторами статьи:

236022, Россия, Калининград, Советский пр., 1, КГТУ,

Деканат факультета судостроения и энергетики, каб. 205. Притыкин А.И. 8(4012)56-48-04