

УДК 539.375.5

**ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ ПИЩЕВЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПОДВИЖНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ**

О.В. Агеев

**APPROACH TO SIMULATION OF PROCESS OF FOOD MATERIALS CUTTING ON THE BASIS OF METHOD OF MOVABLE CELLULAR AUTOMATA**

O.V. Ageev

**Аннотация.** Показана актуальность математического моделирования процесса резания лезвием пищевых материалов. Применение сеточных методов вычислительной механики для решения данной задачи имеет ограничения. Предлагается использовать численный метод подвижных клеточных автоматов для моделирования на ЭВМ процесса резания пищевых продуктов. Разработанные аналитические модели, связывающие напряжение в материале с деформацией, могут использоваться в качестве функций отклика клеточных автоматов. Важной особенностью метода является возможность моделирования пищевых материалов с различными реологическими свойствами – вязкоупругими, пластическими, упругопластическими и другими. Имеется возможность учета шероховатости лезвия и выделения из сырья связанной влаги в область контакта.

**Ключевые слова:** *резание; разрушение; вязкоупругость; подвижный клеточный автомат; напряжение; деформация.*

**Abstract:** The relevance of mathematical modeling of the food material cutting process by a blade is shown. The application of computational mechanics grid methods for this problem solution has limitations. Using the numerical method of movable cellular automata for computer simulation of the food products cutting process is proposed. The developed analytical models linking the stress in the material with deformation can be used as response functions of the cellular automata. An important feature of the method is the ability to model food materials with various rheological properties - viscoelastic, plastic, elastoplastic and other properties. There is take in consideration of the blade roughness and the internal moisture exudation from the raw material into the contact area.

**Key words:** *cutting; fracture; viscoelasticity; movable cellular automata; stress; deformation.*

**Введение**

Резание пищевых материалов лезвием является одним из основных технологических процессов при механической обработке сырья в пищевой промышленности. Для научно обоснованного выбора конструкций режущего инструмента, а также расчета параметров привода режущих приспособлений требуется знать силы, действующие на лезвие со стороны материала. При решении этих задач необходимо провести математическое моделирование сил вредных и полезных сопротивлений, действующих на грани ножа и его режущую кромку. В соответствии с современными представлениями трибологии вредное сопротивление движению лезвия в материале оказывают силы трения, приложенные к граням ножа. Силы полезных сопротивлений возникают при разрушении материала режущей кромкой.

Для определения сил вредных сопротивлений в работе [1] выполнено аналитическое моделирование процесса погружения дискового ножа в пищевой материал. В работе [2] предложены математические модели сил нормального контактного давления на наклонные грани ножа в одномерной постановке. В работе [3] проведено аналитическое моделирование сил нормального контактного давления на боковые грани ножа. В работе [4] математически исследован процесс восстановительной деформации материала и образования подвижной каверны, присоединенной к обуху ножа. В перечисленных работах показано, что силы нормального контактного давления на наклонные и боковые грани существенно зависят от глу-

бины погружения ножа, геометрии лезвия, реологических свойств материала, а также от скорости движения ножа. При этом в качестве реологической модели материала использовано трехэлементное стандартное вязкоупругое тело. При этом принято допущение, что вязкоупругость имеет линейный характер. Установлено, что с термодинамической точки зрения процесс деформации пищевого материала при резании является необратимым, поскольку имеет место диссипация энергии, характер которой определяется режимом резания. При этом полный контакт материала с ножом, профиль которого имеет угловые точки, невозможен. Снабжение лезвия задней наклонной гранью снижает результирующую силу трения, обусловленную вязкоупругой деформацией материала в условиях стесненного сжатия [4].

Однако остается нерешенной задача аналитического моделирования сил полезных сопротивлений, возникающих при разрушении вязкоупругих пищевых материалов режущей кромкой ножа. Известные модели (см., например, [5, 6]) носят эмпирический характер и получены на основе обработки экспериментальных данных. В связи с этим является актуальной задача аналитического моделирования сил полезных сопротивлений с учетом математической сложности ее решения.

В настоящее время при моделировании физических процессов, протекающих в сплошных средах, получили широкое распространение методы вычислительной механики [7]. Такие методы используют конечномерные модели деформируемого твердого тела и жидкости, а состояние материала исследуется численными методами на ЭВМ. Широко известны и применяются метод конечных элементов, конечных разностей, граничного элемента и другие. Имеются работы, посвященные численному моделированию в механике разрушения (см., например, [8]). Вместе с тем, использование таких методов при моделировании разрушения вязкоупругих материалов существенно ограничено. Кроме того, вследствие сложного внутреннего строения волокнистых вязкоупругих материалов животного и растительного происхождения (мяса, рыбы, овощей, фруктов, теста), а также наличие в них выраженной анизотропии структурных свойств, применение сеточных методов при решении данной задачи еще более затруднено.

Вкладом в решение этой проблемы является применение метода подвижных клеточных автоматов. Этот метод успешно используется при моделировании поведения материалов на различных масштабных уровнях. Его особенностью является возможность в явном виде описывать ряд сложных явлений – разрушение, износ, перемешивание, адгезионное схватывание, сдвиг слоев материала и другие [9, 10].

Поскольку в отрасли накоплен значительный экспериментальный материал по процессам резания, существует необходимость интерпретировать известные результаты не только путем аналитического моделирования, но также при помощи вычислительного эксперимента на основе дискретных моделей. Целью данной статьи является развитие нового подхода к математическому моделированию процессов резания пищевых материалов на основе метода подвижных клеточных автоматов.

### **Метод подвижных клеточных автоматов**

Метод подвижных клеточных автоматов объединяет возможности известных методов молекулярной динамики и клеточных автоматов. Существенное развитие он получил в работах Института физики прочности и материаловедения СО РАН (Томск, Россия) и является уникальным инструментом для компьютерного моделирования трибологических задач [9]. Моделируемая среда представляется совокупностью дискретных элементов – подвижных клеточных автоматов, которые будучи объединены в динамическую систему, характеризуются непрерывными и дискретными параметрами. Автоматы интерпретируются как материальные частицы и имеют возможность перемещаться в пространстве под воздействием соседних автоматов и внешних сил. Пара автоматов характеризуется бистабильностью относительного положения и может находиться в двух устойчивых состояниях – связанном и несвя-

занном. Состояние межавтоматной связи может переключаться в соответствии с некоторой функцией.

Теоретические основы метода – формализм и система уравнений, позволяющие рассчитать эволюцию системы подвижных клеточных автоматов, изложены в ряде работ [см., например, 9, 10]. Пространственное движение автоматов описывается уравнениями Ньютона-Эйлера с учетом многочастичности взаимодействия. Для описания сдвиговых явлений в методе предусмотрена возможность вращения автоматов. Допускается вращение как отдельного автомата, так и пары связанных частиц.

Несмотря на то, что автомат в общем случае не имеет определенной формы и характеризуется одним размерным параметром, вводится набор относительных деформаций автомата при его взаимодействии с соседними автоматами. Центральная сила, обусловленная давлением на частицу со стороны соседей, рассчитывается через средние деформации соседей с учетом их жесткости и площади контакта с частицей [10]. Сила со стороны соседней частицы, вызывающая деформацию частицы, рассчитывается исходя из разности деформации, вызванной этой частицей, и средней деформацией со стороны всех соседей. Вместе с тем, форма автомата может быть задана с учетом структурных особенностей моделируемой среды для вычисления объема. Начальная структура материала определяется системой парных связей, заданных между клеточными автоматами в начале моделирования. Кроме нормальных сил рассматриваются еще и касательные к поверхности контакта частиц силы, вызванные трением. На рисунке изображена схема взаимного расположения подвижных клеточных автоматов, где  $h_{ij}$  – величина межавтоматного перекрытия.

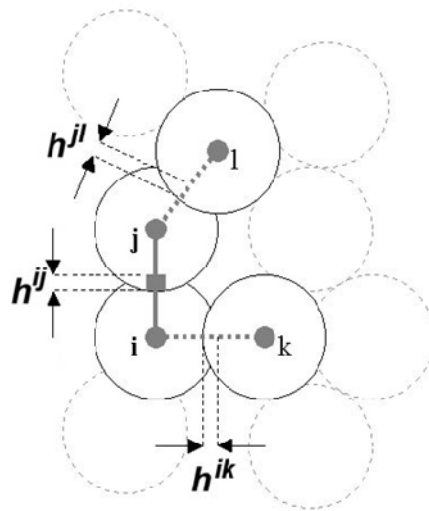


Рисунок – Схема взаимного расположения подвижных клеточных автоматов [10]

В работе [10] приводятся основные уравнения (1)-(5), позволяющие описать динамику подвижных клеточных автоматов. Выражение, описывающее поступательное движение подвижного клеточного автомата, имеет вид:

$$m_i \frac{d^2 \vec{R}_i}{dt^2} = \vec{F}_i^\Omega + \sum_j \vec{F}_{ij}, \quad (1)$$

где  $m_i$  – масса клеточного автомата с номером  $i$ ;  $\vec{R}_i$  – радиус-вектор центра масс автомата;  $\vec{F}_i^\Omega$  – суммарная объемная сила, действующая на  $i$  автомат;  $\vec{F}_{ij}$  – поверхностная сила, действующая на  $i$  автомат со стороны соседнего  $j$  автомата в месте их контакта.

Вращательное движение подвижного клеточного автомата описывается следующим уравнением [10]:

$$\mathcal{F}_i \frac{d^2 \vec{\theta}_i}{dt^2} = \sum_j q_{ij} [\vec{n}_{ij} \times \vec{F}_{ij}], \quad (2)$$

где  $\mathcal{F}_i$  – тензор момента инерции  $i$  клеточного автомата;  $\vec{\theta}_i$  – вектор углов поворота;  $q_{ij}$  – расстояние от центра  $i$  автомата до точки его контакта с  $j$  автоматом;  $\vec{n}_{ij}$  – единичный радиус-вектор от центра  $i$  автомата к центру  $j$  автомата.

При взаимодействии с  $j$  автоматом автомат  $i$  испытывает относительную линейную деформацию, которая согласно [10] описывается выражением:

$$\xi_{ij} = (q_{ij} - r_i) / r_i, \quad (3)$$

где  $r_i$  – радиус автомата  $i$ . Тогда для средней деформации клеточного автомата со стороны  $M$  соседей имеем:

$$\bar{\xi}_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \xi_j = \frac{\Delta \Omega_i}{D \cdot \Omega_0}, \quad (4)$$

где  $\Delta \Omega_i$  – изменение объема автомата вследствие деформации;  $\Omega_0$  – объем недеформированного автомата;  $D$  – размерность пространства.

Центральная сила в выражении (1), обусловленная деформацией автомата [10]:

$$\vec{F}_i^\Omega = \sum_{j=1}^M P_j S_{ij} \vec{n}_{ij}, \quad (5)$$

где  $P_j = -K_j (\Omega_j - \Omega_{0j}) / \Omega_{0j}$ .

Перспективность применения рассматриваемого метода для моделирования резания пищевых материалов обусловлена клеточным строением мышечных тканей сырья животного и растительного происхождения. В клеточно-автоматной среде критерий переключения пары автоматов из стояния связанной в состояние несвязанной фактически представляет собой критерий разрушения материала. В результате экспериментальных исследований установлено предельное механическое напряжение, при котором происходит разрыв мышечных волокон мяса и рыбы при растяжении (предел прочности на разрыв), однако недостаточно разработана качественная и количественная теория этого явления.

В методе подвижных клеточных автоматов существенное значение имеет функция отклика материала автомата, которая описывает возникающие в материале напряжения в зависимости от деформаций. Данная функция состоит из трех линейных отрезков, отвечающих упругой области деформации, линейному и параболическому упрочнению. В работах [2-4] получены математические модели, описывающие зависимость контактного напряжения от вязкоупругой деформации тканей рыбы гранями ножа в условиях стесненного сжатия. В связи с этим, особый интерес представляет использование разработанных моделей в качестве функций отклика при моделировании деформации автомата под действием абсолютно твердого тела (ножа), а также взаимодействия с соседними автоматами. С использованием критерия разрушения в виде предельного напряжения, при помощи метода подвижных клеточных

автоматов может быть выполнено численное моделирование резания пищевых материалов лезвием.

Важной особенностью метода является возможность описания различных реологических свойств сырья путем задания функции отклика клеточного автомата на основе уравнений состояний вязкоупругого, пластического и упругопластического тела. Благодаря этому указанный метод позволяет исследовать разрушение тканей рыбы, мяса, теста, хлеба, фруктов, овощей, конфетных масс и так далее. При моделировании учитывается скорость резания, а также геометрия режущего инструмента (угол заточки, толщина ножа, радиус скругления режущей кромки, форма лезвия), определяющая закон деформирования материала ножом.

Реальная поверхность лезвия шероховата, причем шероховатость оказывает существенное влияние на характер контактного взаимодействия режущего инструмента с мясом рыбы. В связи с этим, следует рассматривать боковую поверхность лезвия не как некий идеальный объект, а как реальный физический объект с определенной топографией, обладающий специфическими микрогеометрическими свойствами. Поскольку модель лезвия также может быть задана в виде системы подвижных клеточных автоматов, учитываются технологическая шероховатость поверхности ножа и ее износ. Появляется возможность учета тонкопленочных упрочняющих покрытий и моделирования процесса их износа.

Путем задания различных функций отклика для различных подмножеств клеточных автоматов представляется возможным описывать неоднородные пищевые материалы и слоистую структуру сырья, например, наличие кости в разрезаемой рыбе, а также специфическое расположение волокон. Более того, одновременное использование нескольких типов клеточных автоматов с различными функциями отклика и параметрами позволяет моделировать сложный с реологической точки зрения многослойный органический материал, содержащий вязкоупругие элементы и связанную жидкость. С учетом сложности разработки аналитических моделей резания таких объектов, метод подвижных клеточных автоматов представляется еще более значимым.

На микроскопическом уровне для выявления особенностей фрикционного взаимодействия лезвия с материалом необходимо учесть структурно-механические свойства среза мышечной ткани, контактирующего с гранями ножа. В этой связи значение имеют химические свойства мышечной ткани. В ее химический состав входят следующие компоненты: вода (52 - 94 %), азотистые вещества (5,8 - 27 %), липиды (0,1 - 32 %), минеральные вещества (1,5 - 3,5 %). Из этого следует, что более половины мышечной ткани составляет связанная вода. Согласно классификации, введенной акад. П.А. Ребиндером существуют химическая, физико-химическая и механическая связи влаги. При резании рыбы разрушаются, прежде всего, механические связи влаги, как наименее прочные. Механически связанная влага разделена на структурно свободную и иммобилизованную. Оба этих вида влаги удерживаются в микрокапиллярах структурной сетки и выделяются во внешнюю среду при разрушении связующих элементов.

При внедрении режущей кромки лезвия в мышечную ткань рыбы волокна и коллагеновые нити сарколеммы разрушаются, а механические связи влаги нарушаются. При этом происходит выделение капиллярно-удерживаемой влаги на свежесрезанную поверхность мяса и грани ножа. Высвободившаяся влага контактирует с шероховатой поверхностью лезвия, частично заполняя промежутки между неровностями рельефа и образуя микроскопические мениски. Это приводит к переходу от насыщенного контакта ножа и материала к режиму смешанного трения, при котором поверхности в некоторых областях разделены жидким слоем. Одновременно, плотно контактирующие со срезом участки неровностей лезвия деформируют вязкоупругий материал. В образованных менисках жидкости при движении ножа вследствие вязкости происходит диссипация энергии, которая приписывается адгезионной составляющей силы трения. Мениски существенно снижают площадь контакта лезвия с материалом, вследствие чего снижаются микроскопические силы трения на гранях ножа. Мо-



делирование вышеперечисленных сложных явлений методом подвижных клеточных автоматов позволит выявить их основные закономерности на основе вычислительного эксперимента.

Следует отметить и недостаток рассматриваемого метода, который заключается в повышенных требованиях к быстрдействию ЭВМ при моделировании.

### **Заключение**

Метод подвижных клеточных автоматов является эффективным инструментом для моделирования процессов резания пищевых материалов. Поскольку разработка аналитических моделей резания лезвием многослойных неоднородных объектов представляет собой сложную математическую задачу, рассматриваемый метод вычислительной механики позволяет достаточно точно определить силы полезных и вредных сопротивлений путем численного моделирования на ЭВМ. На основе данного метода могут быть исследованы процессы резания сырья с различными реологическими и структурными свойствами (рыба, мясо, хлеб, тесто, конфетные массы и так далее). Кроме того, могут варьироваться основные параметры процесса – геометрия и скорость лезвия, вид резания (рубящее и скользящее), а также форма ножей (пластинчатый, дисковый, ленточный, уголкового). Дальнейшим направлением исследований является создание клеточно-автоматных описаний пищевых материалов и программного обеспечения для моделирования процессов резания.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Наумов В.А., Агеев О.В., Фатыхов Ю.А. Моделирование процесса погружения дискового ножа в пищевой материал при резании // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств, 2017. № 2(32). С. 18–28.
2. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Математическое моделирование сил нормального контактного давления на наклонные грани ножа при резании рыбы // Известия Калининградского государственного технического университета, 2017. № 47. С. 80–96.
3. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А. Математическое моделирование сил нормального контактного давления на боковые грани ножа при резании пищевых материалов // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств, 2017. № 4. С. 27-42.
4. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А. Математическое моделирование процесса восстановительной деформации материала и образования присоединенной каверны при резании рыбы // Известия Калининградского государственного технического университета, 2018. № 48. С.61-78.
5. Даурский А.Н., Мачихин Ю.А. Резание пищевых материалов: теория процесса, машины, интенсификация. М.: Пищевая промышленность, 1980. 240 с.
6. Резник Н.Е. Теория резания лезвием и основы расчета режущих аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. 311 с.
7. Быков Л.В., Молчанов А.М., Щербаков М.А., Янышев Д.С. Вычислительная механика сплошных сред в задачах авиационной и космической техники. М.: Ленанд, 2015. 668 с.
8. Морозов Е.М., Никишков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. М.: Машиностроение, 1980. 256 с.
9. Клосс Х., Сантнер Э., Дмитриев А.И., Шилько Е.В., Псахье С.Г., Попов В.Л. Компьютерное моделирование поведения контакта материалов при трении методом подвижных клеточных автоматов // Физическая мезомеханика, 2003. № 6. С. 23-29.
10. Добрынин С.А. Развитие метода подвижных клеточных автоматов для моделирования генерации и распространения упругих волн при контактном взаимодействии твердых тел: дисс....канд. техн. наук. Томск, 2009. 130 с.

## REFERENCES

1. Naumov V.A., Ageev O.V., Fatykhov Yu.A., *Modelirovanie protsessa pogruzheniya diskovogo nozha v pishchevoi material pri rezanii* [Simulation of an elementary knife immersion depth into a material at cutting of fish] *Processy i apparaty pishhevykh proizvodstv*, 2017. No. 2(32), pp. 18-28.
2. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A., Samoilova N.V. *Matematicheskoe modelirovanie sil normal'nogo kontaktnogo davleniya na naklonnye grani nozha pri rezanii ryby* [Mathematical simulation of forces of normal contact pressure of inclined knife edges during fish processing] *Izvestija Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta*, 2017. No. 47, pp. 80-96.
3. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. *Matematicheskoe modelirovanie sil normal'nogo kontaktnogo davlenija na bokovye grani nozha pri rezanii pishhevykh materialov* [Mathematical simulation of forces of normal contact pressure on side knife edges during cutting of food materials] *Processy i apparaty pishhevykh proizvodstv*, 2017. No. 4(34), pp. 27-42.
4. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. *Matematicheskoe modelirovanie processa vosstanovitel'noj deformacii materiala i obrazovanija prisoedinennoj kaverny pri rezanii ryby* [Mathematical simulation of the material strain recovery process and attached cavity formation while cutting the fish] *Izvestija Kaliningradskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta*, 2018. No. 48, pp. 61-78.
5. Daur'skii A.N., Machikhin Yu.A. *Rezanie pishchevykh materialov: teoriya protsessa, mashiny, intensivifikatsiya* [Cutting of food materials: the theory of process, machines, intensification]. Moscow, Food industry Publ., 1980. 240 p.
6. Reznik N.E. *Teoriya rezaniya lezviem i osnovy rascheta rezhushchikh apparatov* [The theory of blade cutting and the basis for calculation cutting devices]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1975. 311 p.
7. Bykov L.V., Molchanov A.M., Shherbakov M.A., Janyshev D.S. *Vychislitel'naja mehanika sploshnykh sred v zadachah aviacionnoj i kosmicheskoy tehniki* [Computational Mechanics of Continuous Media in the Problems of Aviation and Space Technology]. Moscow: Lenand Publ., 2015. 668 p.
8. Morozov E.M., Nikishkov G.P. *Metod konechnykh elementov v mehanike razrushenija* [The finite element method in fracture mechanics]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1980. 256 p.
9. Kloss H., Santner Je., Dmitriev A.I., Shilko E.V., Psakhie S.G., Popov V.L. *Komp'juter-noe modelirovanie povedenija kontakta materialov pri trenii metodom podvizhnykh kletochnykh avtomatov* [Simulation of material behavior in tribological contacts on the basis of the method of movable cellular automata] *Fizicheskaja mezomehanika*, 2003. No. 6, pp. 23-29.
10. Dobrynin S.A. *Razvitie metoda podvizhnykh kletochnykh avtomatov dlja modelirovanija generacii i rasprostraneniya uprugih voln pri kontaktnom vzaimodejstvii tverdyh tel. Diss kand.tech. nauk* [Development of the method of movable cellular automata for modeling the generation and propagation of elastic waves in contact interaction of solids: diss. cand. sci.]. Tomsk, 2009. 130 p.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Агеев Олег Вячеславович

Калининградский государственный технический университет, г. Калининград, Россия, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры пищевых и холодильных машин, член-корреспондент Международной академии холода,  
E-mail: [oleg.ageev@klgtu.ru](mailto:oleg.ageev@klgtu.ru)



*Ageev Oleg Viacheslavovich*

Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia, Associate Professor of Food and Refrigerating Mashines Department, Candidate of Technical Science, Member of International academy of refrigeration,

E-mail: [oleg.ageev@klgtu.ru](mailto:oleg.ageev@klgtu.ru)

Корреспондентский почтовый адрес и телефон для контактов с автором статьи:  
236022, Калининград, Советский пр., 1, КГТУ, ГУК, каб. 245. Агеев О.В.  
(4012) 935546.