

УДК 621.83.062.6: 539.41

**К ВОЗМОЖНОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ВНЕШНЕЙ ОБОЙМЫ ЭКСЦЕНТРИКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ СВОБОДНОГО ХОДА НЕФРИКЦИОННОГО ТИПА**

И.А. Золотов, О.В. Шарков

**TO THE POSSIBILITY OF ANALYTICAL ESTIMATION OF THE STRESS STATE OF THE OUTER SHELL OF NON-FRICTION TYPE ECCENTRIC FREEWHEEL MECHANISMS**

I.A. Zolotov, O.V. Sharkov

**Аннотация.** Внешняя обойма является важным конструктивным элементом эксцентриковых механизмов свободного хода нефрикционного типа. В статье проведен анализ и даны рекомендации по использованию аналитических зависимостей для расчета напряженного состояния внешней обоймы. Установлен характер влияния геометрических параметров внешней обоймы на возникающие в ней напряжения для различных случаев действия распределенной нагрузки. Определена зона действия наименьших по величине напряжений.

**Ключевые слова:** механизм свободного хода; внешняя обойма; напряженное состояние; прочность; аналитическая зависимость.

**Abstract.** The outer shell is an important constructive element of eccentric freewheel mechanisms of non-friction type. In article the analysis is carried out and recommendations about use of analytical dependences for calculation of the stress state of the outer shell are made. Character of effect of geometrical parameters of an outer shell on arising stress for various cases of operation of the distributed load is fixed. Coverage of the minimum stress value is determined.

**Keywords:** freewheel mechanism; outer shell; stress state; strength; analytical dependence.

**Современное состояние вопроса.**

Механизмы свободного хода (МСХ) являются одними из наиболее нагруженных элементов приводов различных машин. Они функционируют при значительной частоте включения, которая может достигать 50 Гц, больших передаваемых вращающих моментов и динамических нагрузках [1–4].

К настоящему времени в технике используется достаточно большое число конструктивных схем механизмов: роликовые; храповые и микрохраповые; релейные; пружинные и др.

Несмотря на разнообразие конструктивных схем МСХ их основными рабочими элементами, в большинстве случаев, являются – внешняя обойма; заклинивающиеся элементы и внутренняя звездочка. Внешняя обойма является важным конструктивным элементом механизмов свободного хода, исследованию напряженно-деформированного состояния которого не уделяют должного внимания.

Такой подход не вполне оправдан, так как разрушение внешней обоймы на практике наблюдается достаточно часто. При этом масса внешней обоймы может составлять 36-50 % от общей массы МСХ и обоснованный выбор геометрических характеристик обоймы, на основе анализа её напряженно-деформированного состояния, является важным резервом экономии материала.

В настоящее время для анализа напряженно-деформированного состояния элементов МСХ, в том числе внешней обоймы, находит широкое применение метод конечных элементов (МКЭ) [5-10].

Использование МКЭ позволяет достаточно точно оценить возникающие во внешней обойме напряжения, но при этом требует дорогостоящего программного обеспечения, существенных временных затрат, высокого уровня владения методологией применения конечных элементов для инженерных расчетов.

В тоже время при задании граничных условий в силах и перемещениях все равно приходится упрощать силовую схему взаимодействия элементов при работе МСХ, что может привести к снижению точности расчетов.

При проектировании МСХ в ряде случаев требуется предварительная оценка напряженного состояния их внешней обоймы. Например, анализ зон действия наименьших напряжений нужен для выполнения в них конструктивных элементов, которые являются концентраторами напряжений. К таким конструктивным элементам можно отнести шпоночный паз.

В этом случае, с точки зрения уменьшения материальных и временных затрат, целесообразно использовать аналитические зависимости, расчет по которым легко провести на базе прикладных математических программ – MathCAD и др.

### Расчетная модель.

Расчетную схему внешней обоймы эксцентриковых МСХ нефрикционного типа (рис. 1) можно представить в виде кольца, нагруженного распределенными нагрузками, действующими в его плоскости. В таких МСХ принимают постоянный закон изменения нагрузки, действующей на внешнюю обойму  $q(\varphi) = q_{\max} = \cos \varphi$ .

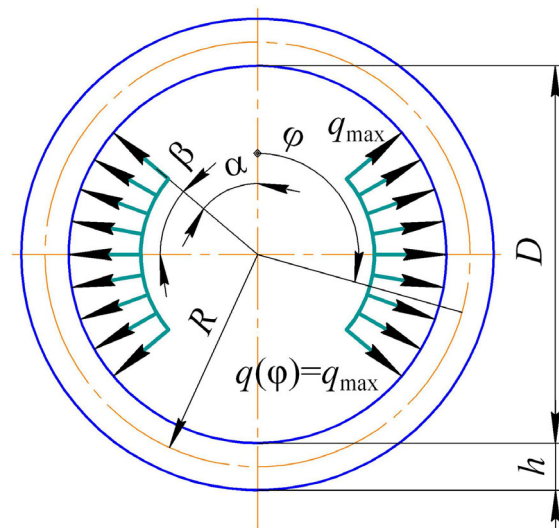


Рисунок 1 – Схемы для расчета внешней обоймы эксцентрикового МСХ нефрикционного типа.

Наибольшее влияние на возникающие во внешней обойме напряжения оказывают следующие параметры:  $D$  – внутренний диаметр внешней обоймы;  $h$  – толщина обоймы;  $l$  – ширина обоймы;  $2\beta$  – угол, определяющий зону действия распределенной нагрузки;  $q_{\max}$  – максимальное значение распределенной нагрузки.

Величину наибольшего напряжения, возникающего во внешней обойме, можно определить как для криволинейного бруса (кольца) по зависимости

$$\sigma = \sigma_M + \sigma_N = \frac{M}{W} + \frac{N}{F}, \quad (1)$$

где  $\sigma_M$  – напряжения от изгибающего момента;  $\sigma_N$  – напряжения от нормальных сил;  $M$  и  $N$  – изгибающий момент и нормальная сила в сечении кольца;  $W$  – момент сопротивления сечения кольца;  $F$  – площадь поперечного сечения кольца.

Для определения внутренних силовых факторов  $M$  и  $N$  можно использовать аналитические зависимости, предложенные в работе [11], для расчета колодочных тормозов.

Изгибающий момент для участка обоймы  $0 \leq \varphi \leq \alpha$  определяется по формуле

$$M = q_{\max} R^2 [(\sin \beta - 2\beta/\pi) - \sin \beta(1 - \cos \varphi)], \quad (2)$$

где  $R$  – радиус окружности проходящей по центру сечения кольца,  $R = 0,5(D + h)$ ;  $\varphi$  – координатный угол точки определения напряжения;  $\alpha$  – дополнительный угол,  $\alpha = \pi/2 - \beta$ .

Изгибающий момент для участка обоймы  $\alpha \leq \varphi \leq \pi/2$  определяется по формуле

$$M = q_{\max} R^2 [(\sin \beta - 2\beta/\pi) - \sin \beta(1 - \cos \varphi) - 1 + \cos(\varphi - \alpha)]. \quad (3)$$

Нормальная сила определяется по формуле

$$N = q_{\max} R \sin \beta. \quad (4)$$

Максимальную величину распределенной нагрузки  $q_{\max}$  можно найти формуле

$$q_{\max} = \frac{2T \cos \lambda}{zD^2 \sin \beta \sin(\alpha_0 + \lambda)}, \quad (5)$$

где  $z$  – число эксцентриковых колец;  $\lambda$  – угол давления,  $\lambda = 14^\circ$ ;  $\alpha_0$  – угол заклинивания,  $\alpha_0 = 11^\circ$ .

Расчеты проводили для внешней обоймы с параметрами:  $D = 140$  мм;  $h = 14$  мм;  $l = 50$  мм;  $z = 2$ .

### Результаты расчетов и дискуссия.

На рис. 2 представлены результаты расчета по формуле (1), характеризующие распределение напряжения  $\sigma$  возникающего во внешней обойме в зависимости от координатного угла  $\varphi$  при различных величинах зоны действия распределенной нагрузки.

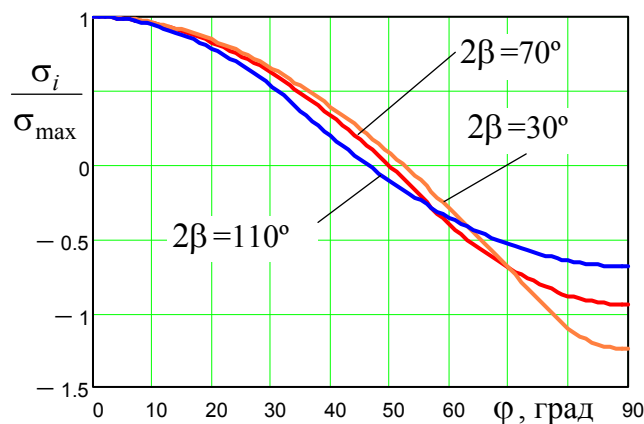


Рисунок 2 – Распределение напряжений во внешней обойме

Так как нагрузка на внешнюю обойму действует симметрично, то достаточно рассмотреть только участок ограниченный углом  $\varphi = 0 \dots \pi/2$ . Для наглядности все напряжения

представлены в безразмерном виде, полученном в результате деления текущего напряжения  $\sigma_i$  на величину напряжения  $\sigma_{\max} = 222$  МПа при  $2\beta = 70^\circ$  и  $\varphi = 0^\circ$ .

В эксцентриковых МСХ нефрикционного типа величина зоны действия распределенной нагрузки определяется углом  $2\beta$ , который в реальных конструкциях механизмов чаще всего выбирают в пределах  $2\beta = 50 \dots 90^\circ$ . В целях более полного анализа характера изменения напряжений расчеты выполнены для более широкого диапазона угла  $2\beta = 30^\circ, 70^\circ$  и  $110^\circ$ .

Как показывает анализ полученных результатов (рис. 2), наибольшие напряжения возникают в точках, которые определяются углами  $\varphi = 0$  и  $90^\circ$ . Такие результаты подтверждаются данными, полученными при расчете внешней обоймы МКЭ [6]. Следует заметить, что разница между напряжениями в точках при углах  $\varphi = 0$  и  $90^\circ$  по величине не превышает 25%.

Знак «минус» показывает, что напряжения по длине внешней обоймы меняют знак, т.е. напряжения сжатия постепенно переходят в напряжения растяжения. Зона с минимальными величинами напряжений примерно соответствует углу  $\varphi = 50^\circ$ .

На рис. 3 представлены результаты расчета по формуле (1), характеризующие изменения напряжения  $\sigma$  возникающего во внешней обойме в зависимости от угла зоны действия распределенной нагрузки  $2\beta$  при  $\varphi = 0$  и  $90^\circ$ . Для наглядности все напряжения представлены в безразмерном виде, полученном в результате деления текущего напряжения  $\sigma_i$  на величину напряжения  $\sigma_{\max} = 110$  МПа при  $2\beta = 30^\circ$  и  $\varphi = 0^\circ$ .

При этом величину распределенной нагрузки  $q_{\max} = 303$  Н/мм рассчитывали по формуле (5) при  $T = 700$  Н·м и  $2\beta = 30^\circ$  и принимали неизменной от угла  $2\beta$ . Это соответствует случаю, когда нагрузочная способность МСХ увеличивается при сохранении постоянной долговечности.

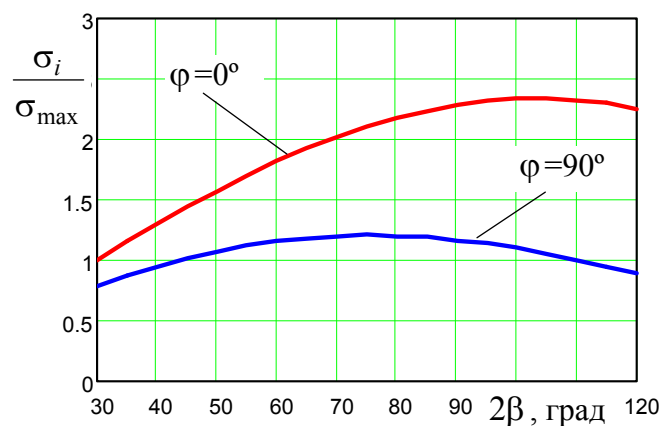


Рисунок 3 – Распределение напряжений в зависимости от величина зоны действия распределенной нагрузки (случай  $q_{\max} = \text{const}$ )

Как видно из представленных результатов (рис. 3) при увеличении зоны действия нагрузки сначала наблюдается рост возникающих напряжений в 2,33 (при  $\varphi = 0^\circ$ ) и 1,53 (при  $\varphi = 90^\circ$ ) раза. Затем происходит некоторая стабилизация величины напряжений и незначительное снижение. Причем величина напряжения для точки  $\varphi = 0^\circ$  примерно в 1,25...2,55 раза больше чем для точки  $\varphi = 90^\circ$ .

Это можно объяснить увеличением зоны действия нагрузки, т.е. изменением схемы нагружения внешней обоймы, которая приближается к случаю действия распределенной нагрузки по всей длине внешней обоймы.

На рис. 4 представлены результаты расчета по формуле (1), характеризующие изменения напряжения  $\sigma$  возникающего во внешней обойме в зависимости от угла зоны действия распределенной нагрузки  $2\beta$  для  $\varphi=0$  и  $90^\circ$ . Для наглядности все напряжения представлены в безразмерном виде, полученном в результате деления текущего напряжения  $\sigma_i$  на величину напряжения  $\sigma_{\max} = 110$  МПа при  $2\beta=30^\circ$  и  $\varphi=0^\circ$ .

Величина распределенной нагрузки рассчитывалась по формуле (5) при  $T=700$  Н·м и менялась в зависимости от угла  $2\beta$ , т.е.  $q_{\max} = f(2\beta)$ . Тогда при увеличении зоны действия распределенной нагрузки её величина будет нелинейно уменьшаться (рис. 5). Для наглядности величина распределенной нагрузки представлена в безразмерном виде, полученном в результате деления текущей нагрузки  $q_{\max i}$  на величину нагрузки  $q_{\max i} = 303$  Н/мм при  $2\beta=30^\circ$  и  $\varphi=0^\circ$ .

Это соответствует случаю, когда нагрузочная способность МСХ остается постоянной  $T = \text{const}$  при увеличении долговечности.

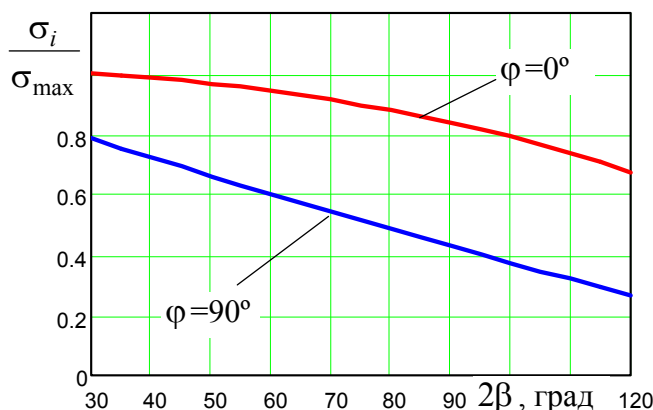


Рисунок 4 – Распределение напряжений в зависимости от величина зоны действия распределенной нагрузки (случай  $q_{\max} = f(2\beta)$ )

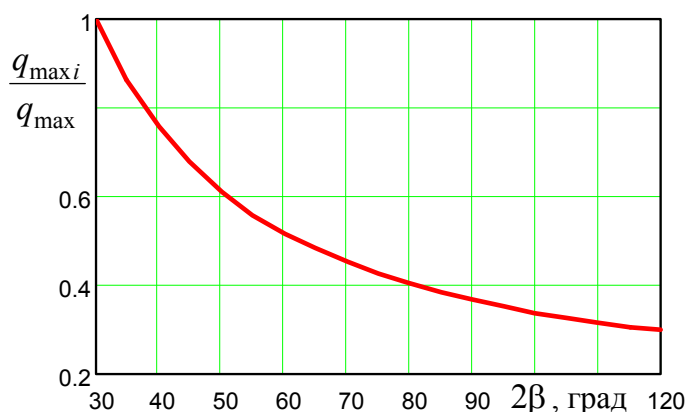


Рисунок 5 – Изменение распределенной нагрузки в зависимости от угла  $2\beta$  (случай  $q_{\max} = f(2\beta)$ )

Как видно из представленных результатов (рис. 4) при одновременном увеличении зоны действия нагрузки и уменьшении её величины наблюдается нелинейное снижение возникающих напряжений в 2,33 (при  $\varphi=0^\circ$ ) и 1,53 (при  $\varphi=90^\circ$ ) раза. Это можно объяснить

снижением нагруженности внешней обоймы. Причем величина напряжения для точки  $\varphi = 0^\circ$  примерно на 20...60% больше чем для точки  $\varphi = 90^\circ$ .

### Заключение.

Использование аналитических зависимостей (1)–(5) позволяет предварительно оценить характер влияния различных конструктивных и силовых параметров внешней обоймы эксцентриковых МСХ нефрикционного типа на возникающие в ней наибольшие напряжения.

Рекомендуется располагать конструктивные элементы являющиеся концентраторами напряжений в наименее напряженной зоне, которая ограничивается углом  $\varphi = 40...60^\circ$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Alyukov S.V., Gladyshev S.P. Dynamics of an Inertial Continuously Variable Transmission with High Load Ability // SAE Technical Paper 2013-01-2442. doi: [doi.org/10.4271/2013-01-2442](https://doi.org/10.4271/2013-01-2442).
2. Sharkov O.V., Kalinin, A.V. Kinematic characteristics of pulsed speed regulators // Russian Engineering Research. 2009. V.29. № 6. P. 551–554.
3. Быкова Т.Е., Рябов Г.К., Петров А.В. Разработка методики расчета параметров удара в механизмах свободного хода импульсных передач экспериментальным путем // Вестник машиностроения. 2012. №9. С. 3–6.
4. Горин М.П., Шарков О.В., Кузнецова Н.А. Импульсные вариаторы с эксцентриковыми механизмами свободного хода // Машиностроитель. 2001. № 7. С. 14–16.
5. Попов А.М. Анализ распределения напряжений в механизме свободного хода клинового типа повышенной нагрузочной способности // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2015. №8(168). С. 110–112.
6. Шарков О.В., Золотов И.А. Исследование напряженного состояния внешней обоймы эксцентриковых механизмов свободного хода методом объемных конечных элементов // Машиностроитель. 2006. № 12. С. 16–17.
7. Гончаров А.А. Универсальные критерии самоторможения клиновых механизмов свободного хода // Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2015. Т.1. №2. [Электронный ресурс]. URL: <http://vestnik-nauki.ru/wp-content/uploads/2015/11/2015-№2-Гончаров.pdf>.
8. Золотов И.А., Шарков О.В. Анализ напряженно-деформированного состояния внешней обоймы роликовых механизмов свободного хода // Известия вузов. Машиностроение. 2013. №10. С. 42–47. doi:[10.18698/0536-1044-2013-10-36-41](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2013-10-36-41).
9. Гончаров А.А., Гончаров А.А. Самоторможение клиновых механизмов свободного хода // Вестник машиностроения. 2016. № 2. С. 7–12.
10. Шарков О.В., Золотов И.А. Влияние геометрических параметров внешней обоймы на её напряженно-деформированное состояние // Вестник машиностроения. 2011. № 4. С. 41–43.
11. Мамити Г.И. Расчет колец, нагруженных распределенными усилиями в своей плоскости // Вестник машиностроения. 1978. № 4. С. 44–46.

### REFERENCES

1. Alyukov S.V., Gladyshev S.P. Dynamics of an Inertial Continuously Variable Transmission with High Load Ability. *SAE Technical Paper* 2013-01-2442. doi: [doi.org/10.4271/2013-01-2442](https://doi.org/10.4271/2013-01-2442).
2. Sharkov O.V., Kalinin, A.V. Kinematic Characteristics of Pulsed Speed Regulators. *Russian Engineering Research*. 2009. V.29. No 6. pp. 551–554.



3. Быкова Т.Е., Рябов Г.К., Петров А.В. *Razrabotka metodiki rascheta parametrov udara v mekhanizmax svobodnogo khoda impul'snykh peredach eksperimental'nym putem* [Development of methods of calculation of parameters of impact in the freewheel mechanisms for pulsed speed regulators experimentally]. *Vestnik mashinostroeniya*. 2012. No 9. pp. 3–6.
4. Горин М.П., Шарков О.В., Кузнецова Н.А. *Impul'snye variatory s ekstsentrikovymi mekhanizmami svobodnogo khoda* [Pulsed speed regulators with eccentric freewheel mechanisms]. *Mashinostroitel'*. 2001. No 7. pp. 14–16.
5. Попов А.М. *Analiz raspredeleniya napryazheniy v mekhanizme svobodnogo khoda klinovogo tipa povyshennoy nagruzochnoy sposobnosti* [Analysis of stress distribution in the freewheel mechanisms of wedging type high load capacity]. *Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2015. No 8(168). pp. 110–112.
6. Шарков О.В., Золотов И.А. *Issledovanie napryazhennogo sostoyaniya vneshney oboymy ekstsentrikovykh mekhanizmov svobodnogo khoda metodom ob'emnykh konechnykh elementov* [Investigation of the stress state of external shell for eccentric freewheel mechanisms using volumetric finite elements]. *Mashinostroitel'*. 2006. No 12. pp. 16–17.
7. Гончаров А.А. *Universal'nye kriterii samotormozheniya klinovykh mekhanizmov svobodnogo khoda* [Universal criteria of self-locking wedge freewheel mechanisms]. *Vestnik nauki i obrazovaniya Severo-Zapada Rossii*. 2015. V.1. No 2. Available at: <http://vestnik-nauki.ru/wp-content/uploads/2015/11/2015-№2-Гончаров.pdf>.
8. Золотов И.А., Шарков О.В. *Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya vneshney oboymy rolikovykh mekhanizmov svobodnogo khoda* [Analysis of the stress-strain state of an external roller freewheel mechanism cage]. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie*. 2013. №10. pp. 42–47. doi:[10.18698/0536-1044-2013-10-36-41](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2013-10-36-41).
9. Гончаров А.А., Гончаров А.А. *Samotormozhenie klinovykh mekhanizmov svobodnogo khoda* [The wedge-locking freewheel mechanisms]. *Vestnik mashinostroeniya*. 2016. No 2. pp. 7–12.
10. Шарков О.В., Золотов И.А. *Vliyanie geometricheskikh parametrov vneshney oboymy na ee napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie* [Influence of the geometric properties of an external housing on its stress-strain state]. *Vestnik mashinostroeniya*. 2011. No 4. pp. 41–43.
11. Мамити Г.И. *Raschet kolets, nagruzhennykh raspredelennymi usiliyami v svoey ploskosti* [The calculation of rings loaded with distributed forces in its plane]. *Vestnik mashinostroeniya*. 1978. No 4. pp. 44–46.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Золотов Иван Анатольевич*

Калининградский государственный технический университет, г. Калининград, Россия, соискатель кафедры теории механизмов и машин и деталей машин,  
E-mail: [zolivan@rambler.ru](mailto:zolivan@rambler.ru)

*Zolotov Ivan Anatol'yevich*

Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia, applicant of the Theory of Mechanisms and Machines and Machine Parts Department,  
E-mail: [zolivan@rambler.ru](mailto:zolivan@rambler.ru)

*Шарков Олег Васильевич*

Калининградский государственный технический университет, г. Калининград, Россия, профессор кафедры теории механизмов и машин и деталей машин, действительный член Российской инженерной академии,  
E-mail: [o\\_sharkov@mail.ru](mailto:o_sharkov@mail.ru)



*Sharkov Oleg Vasil'yevich*

Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia, Doctor of Technical Science,  
Professor of the Theory of Mechanisms and Machines and Machine Parts Department, Member of  
Russian Engineering Academy,

E-mail: [o\\_sharkov@mail.ru](mailto:o_sharkov@mail.ru)

Корреспондентский почтовый адрес и телефон для контактов с авторами статьи:

236022, Россия, Калининград, Советский пр., 1, КГТУ,  
кафедра ТММ и ДМ, каб. 309. Шарков О.В. 8(4012)99-53-45