



УДК 532:629.5

О ЛИНЕАРИЗАЦИИ ЗАВИСИМОСТИ СИЛЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРОСА ОТ СКОРОСТИ

И.М. Ахмедов, В.А. Наумов

LINEARIZATION OF THE DEPENDENCE OF THE CABLE HYDRODYNAMIC DRAG FORCE FROM THE SPEED

I.M. Ahmedov, V.A. Naumov

Аннотация. В автомодельной области сопротивления гидродинамическая сила, действующая на трос, зависит от квадрата скорости. Замена квадратичной зависимости силы от скорости на линейную зависимость без корректировки коэффициента сопротивления приводит к заметной ошибке. Относительная погрешность линеаризации указанной зависимости по методу теории автоматического регулирования не превышает 10 %, если относительная скорость находится в диапазоне от 0,7 до 1,5.

Ключевые слова: трос; гидродинамические силы; коэффициент сопротивления; линеаризация; погрешность; относительная скорость.

Abstract. In the self-similar region of the resistance hydrodynamic force acting on the cable depends on the square of the speed. The change of the quadratic dependence of the force from the speed on the linear dependence without adjusting the resistance coefficient leads to a significant error. The relative error of linearization of the relationship according to the method of the theory of automatic control does not exceed 10% if the relative speed is in the range of 0.7 to 1.5.

Keywords: cable; hydrodynamic forces; drag coefficient; linearization; error; relative velocity.

Введение

Математическое моделирование динамики подводного аппарата, связанного гибкой связью с надводным носителем, развивается во многих опубликованных трудах (см. [1-3] и библиографию в них). Перспективным считается использование методов теории автоматического управления (регулирования). Получение передаточной функции является одним из этапов исследования процессов управления глубиной погружения буксируемых объектов. В отдельных работах (см., например, [1]) для вывода указанной функции используется линеаризация зависимости силы гидродинамического сопротивления гибкой связи (троса) от скорости $R(V)$. Возникающая при этом погрешность расчета не обсуждается. В данной работе проанализированы условия, при которых линеаризация функции $R(V)$ не приводит к большой погрешности.

Продольная сила гидродинамического сопротивления троса

На рис. 1 представлена известная схема гидродинамических сил, действующих на элемент троса, ось которого расположена под углом α к скорости потока V .

В общем случае полную гидродинамическую силу можно представить в поточной (неподвижной) системе координат:

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z, \quad (1)$$

где R_x – величина силы лобового гидродинамического сопротивления; R_y – подъемной (распорной) силы; R_z – боковой силы.

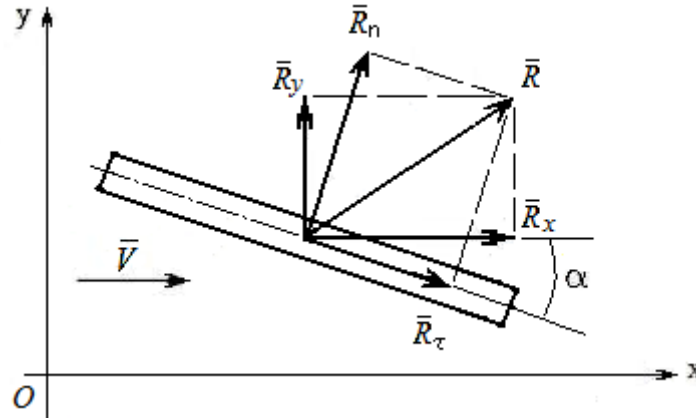


Рисунок 1 – Схема гидродинамических сил, действующих на элемент троса

Для элемента троса можно неподвижную систему координат выбрать так, ось цилиндра и гидродинамические силы принадлежали плоскости xOy . Тогда в формуле (1) последнее слагаемое обратится в нуль. При этом ось Oy не обязательно будет вертикальной.

Силы гидродинамического сопротивления рассчитывают по известным формулам

$$R_x = 0,5 \cdot C_x \cdot \Omega \cdot \rho \cdot V^2, \quad R_y = 0,5 \cdot C_y \cdot \Omega \cdot \rho \cdot V^2, \quad (2)$$

где Ω – характерная площадь троса; ρ – плотность жидкости; C_x , C_y – безразмерные коэффициенты лобового гидродинамического сопротивления и подъемной силы, соответственно.

При решении задач о равновесии гибкой нити используются проекции гидродинамических сил в связанной системе координат:

$$\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{R}_\tau + \vec{R}_{z1}, \quad (3)$$

где R_n – величина нормальной составляющей силы гидродинамического сопротивления; R_τ – касательной составляющей.

Рассчитываются названные силы по формулам, аналогичным (2):

$$R_n = 0,5 \cdot C_n \cdot \Omega \cdot \rho \cdot V^2, \quad R_\tau = 0,5 \cdot C_\tau \cdot \Omega \cdot \rho \cdot V^2. \quad (4)$$

Известное соотношение между коэффициентами гидродинамического сопротивления [4]

$$C_n = C_x \cdot \sin \alpha + C_y \cdot \cos \alpha, \quad C_\tau = C_x \cdot \cos \alpha - C_y \cdot \sin \alpha. \quad (6)$$

В дальнейшем будет рассмотрен случай продольного обтекания троса при больших числах Рейнольдса. При продольном обтекании цилиндра полное гидродинамическое сопротивление складывается из сопротивления формы и сопротивления трения. При движении по поверхности жидкости может возникать волновое сопротивление, которое здесь не рассматривается. Полное гидродинамическое сопротивление при $\alpha=0$ вычисляется по известной формуле [5,6]:

$$R_0 = 0,5 \cdot (\zeta_1 \Omega_1 + \zeta_2 \Omega_2) \cdot \rho \cdot V^2, \quad (7)$$

где ζ_l – коэффициент сопротивления формы, соответствующий сопротивлению диска, расположенного перпендикулярно потоку, в квадратичной области сопротивления обычно

принимают $\zeta_1 = 0,98$ (при удлинении $\lambda > 20$); Ω_1 – площадь основания цилиндра; ζ_1 – коэффициент сопротивления трения, зависит от числа Рейнольдса и относительной шероховатости поверхности; Ω_2 – площадь трения (площадь боковой поверхности цилиндра):

$$\Omega_1 = 0,25 \cdot \pi \cdot d^2, \quad \Omega_2 = L \cdot \pi \cdot d. \quad (8)$$

Из (7), (8) следует

$$R_0 = 0,5 \cdot \zeta_0 \cdot \Omega_1 \cdot \rho \cdot V^2, \quad \zeta_0 = \zeta_1 + 4\lambda\zeta_2. \quad (9)$$

Экспериментальные зависимости $\zeta_0(\lambda)$ представлены на рис. 2а. В квадратичной области сопротивления, при $\lambda > 20$ предложены формулы для гладкого [7] и цилиндра с сильно шероховатой поверхностью (бревна) [6], соответственно:

$$\zeta_{01} = 0,99 + 0,0099 \cdot \lambda, \quad \zeta_{02} = 0,98 + 0,0392 \cdot \lambda. \quad (10)$$

Формулами (10) можно пользоваться только при конечных значениях λ , для бесконечного цилиндра (и при больших удлинениях) они не подходит. В последнем случае в качестве характерной площади, целесообразно, как и при поперечном обтекании, принять $\Omega = Ld$. Тогда, вместо (9), имеем:

$$R_0 = 0,5 \cdot C_0 \cdot L \cdot d \cdot \rho \cdot V^2, \quad C_0 = 0,25 \cdot \zeta_0 \pi / \lambda, \quad (11)$$

$$C_{01} = 0,777 / \lambda + 0,008, \quad C_{02} = 0,769 / \lambda + 0,031. \quad (12)$$

По формулам (12) и рис. 2б видно, при $\lambda \rightarrow \infty$ у гладкого цилиндра $C_0 \rightarrow 0,01$, у бревна $C_0 \rightarrow 0,03$. У тросов от величины относительной шероховатости (зависящей, в том числе, от типа и изношенности троса) могут получаться разные значения C_0 . В [8, 9] $C_0 = 0,01-0,03$; в [4] рекомендуется принимать для канатов $C_0 = 0,04$.

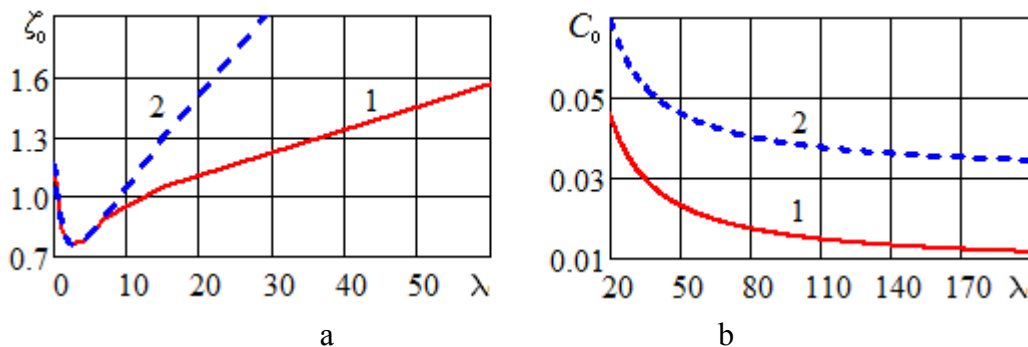


Рисунок 2 – Зависимости коэффициентов гидродинамического сопротивления цилиндра при продольном обтекании от удлинения: а – ζ_0 , б – C_0 ; 1 – гладкий цилиндр [7], 2 – цилиндр с сильно шероховатой поверхностью [6]

Линеаризация зависимости силы от скорости

Авторы [1] полагают, что достаточная для практических целей точность оценки влияния трения троса о воду может быть получена при замене квадратичной зависимости (11) линейной (заметим, что при этом коэффициент C_0 становится размерным, м/с):

$$R_0 = 0,5 \cdot C_0 \cdot L \cdot d \cdot \rho \cdot V. \quad (12)$$

Для оценки ошибки от такой замены введем удельную силу продольного гидродинамического сопротивления

$$f = R_0 / (L \cdot d), \quad f_1 = 0,5 \cdot C_0 \cdot V, \quad f_2 = 0,5 \cdot C_0 \cdot V^2. \quad (13)$$

На рис. 3 показана относительная ошибка при замене $f_2(V)$ на $f_1(V)$:

$$\varepsilon_{21}(V) = \frac{f_1(V) - f_2(V)}{f_2(V)} \cdot 100\%. \quad (14)$$

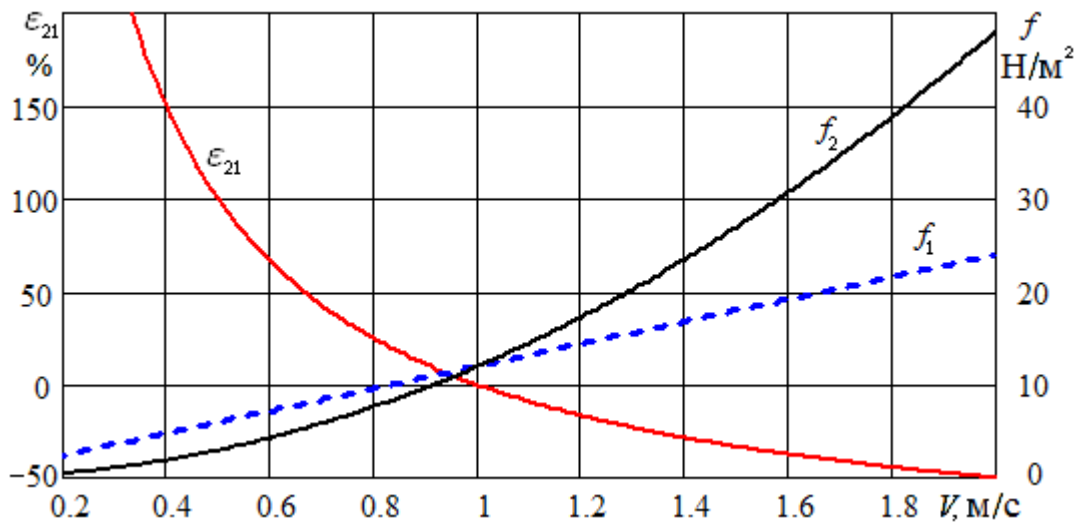


Рисунок 3 – Удельная сила гидродинамического сопротивления, действующая на трос при продольном обтекании, и относительная ошибка при замене $f_2(V)$ на $f_1(V)$

Видно, что только при $V = 1$ м/с $\varepsilon_{21} = 0$. Не следует думать, что при малых скоростях ошибка незначительна (см. рис. 4).

Выполним линеаризацию $f_2(V)$, как принято в теории автоматического регулирования (см., например, [10]):

$$f_n(V) = f_2(V_0) + f_2'(V_0) \cdot (V - V_0), \quad (15)$$

где V_0 – характерное (например, равновесное) значения скорости.

Подставляя (13) в (15), получим (рис. 5):

$$f_n(V) = 0,5 \cdot C_0 \cdot L \cdot d \cdot \rho \cdot V_0 \cdot (2 \cdot V - V_0). \quad (16)$$

Погрешность линеаризации показана на рис. 6:

$$\varepsilon_n(V) = \frac{f_n(V) - f_2(V)}{f_2(V)} \cdot 100\% = \left(2 \cdot \frac{V_0}{V} - \left(\frac{V_0}{V} \right)^2 - 1 \right) \cdot 100\%. \quad (17)$$

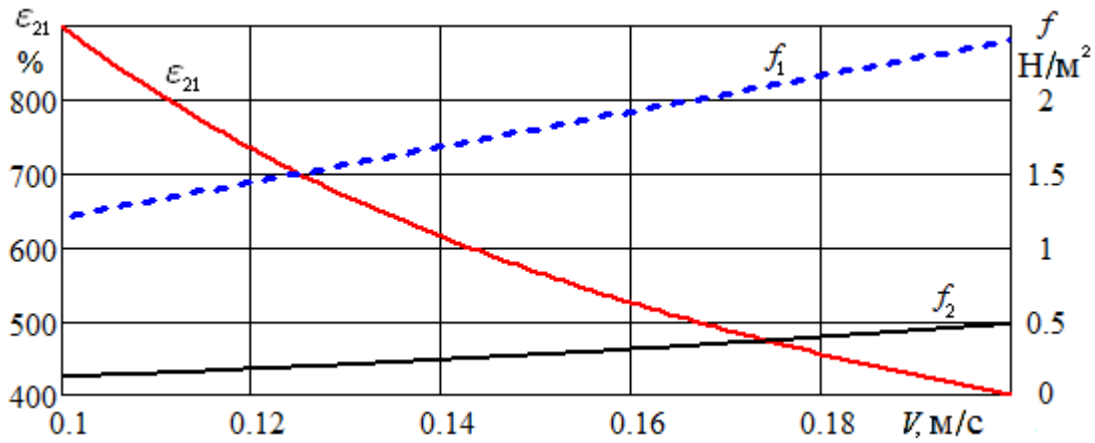


Рисунок 4 – Удельная сила гидродинамического сопротивления, действующая на трос при продольном обтекании, и относительная ошибка при замене $f_2(V)$ на $f_1(V)$ при малых скоростях ($V < 0,1$ м/с)

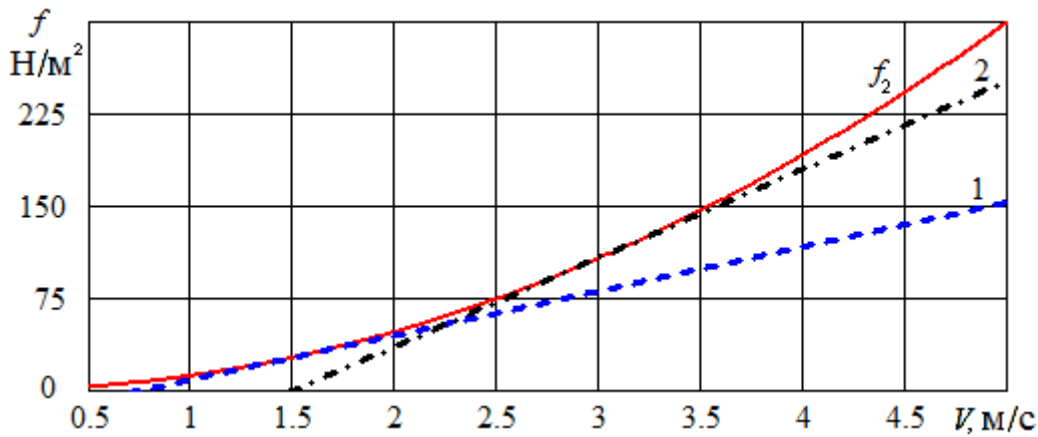


Рисунок 5 – Зависимость удельной силы гидродинамического сопротивления при линейризации: 1 – $f_n(V)$ при $V_0 = 1,5$ м/с; 2 – $f_n(V)$ при $V_0 = 3$ м/с

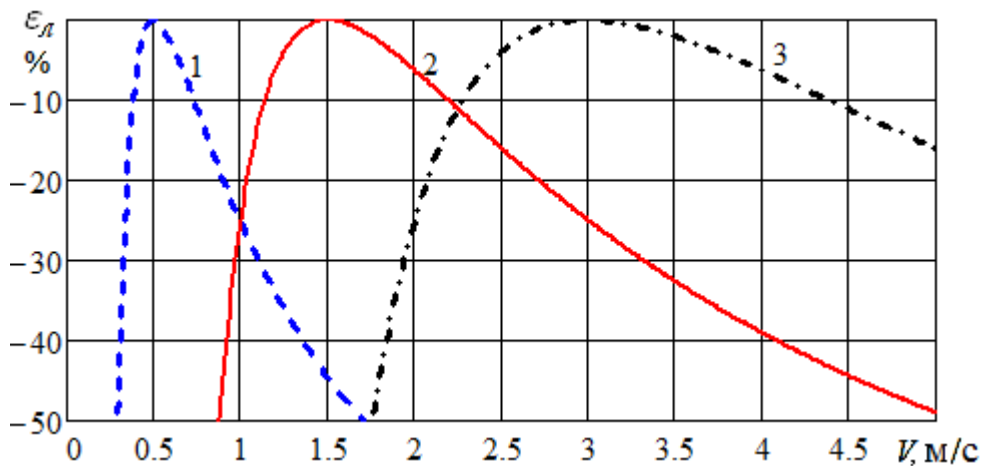


Рисунок 6 – Относительная погрешность линейризации:
 1 – $V_0 = 0,5$ м/с; 2 – $V_0 = 1,5$ м/с 3 – $V_0 = 3$ м/с

Введем безразмерную скорость $v = V/V_0$. Формулу (17) преобразуем к безразмерному виду (рис. 7):

$$\varepsilon_n(v) = \left(\frac{2}{v} - \frac{1}{v^2} - 1 \right) \cdot 100\%. \quad (18)$$

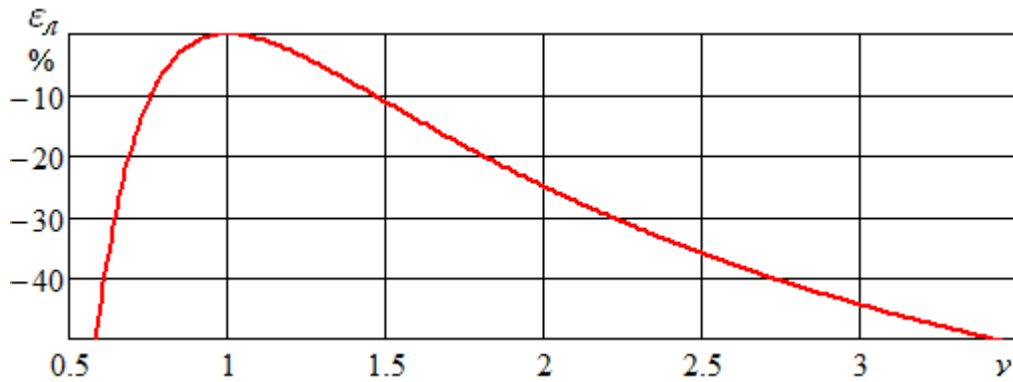


Рисунок 7 – Зависимость относительной погрешности линеаризации силы гидродинамического сопротивления от безразмерной скорости

Заключение

Замена квадратичной зависимости гидродинамической силы троса от скорости на линейную зависимость без корректировки коэффициента сопротивления приводит к заметной ошибке, если скорость отличается от 1 м/с. Относительная величина ошибки тем больше, чем меньше скорость.

Относительная погрешность линеаризации указанной зависимости по методу теории автоматического регулирования не превышает 10 %, если относительная скорость находится в диапазоне от 0,7 до 1,5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кувшинов Г.Е., Наумов Л.А., Чупина К.В. Системы управления глубиной погружения буксируемых объектов: монография. Владивосток: Изд-во «Дальнаука», 2005. 285 с.
2. Крашенинников В.Р., Шигапов Р.Д. Модель движения кабель-троса, связывающего надводный носитель и необитаемый подводный аппарат // Автоматизация процессов управления, 2013. № 1 (31). С. 80-85.
3. Трунин К.С. Уравнения динамики элемента гибкой связи морской привязной системы // Сборник научных трудов Национального университета кораблестроения, 2017. № 1. С. 18-25.
4. Розенштейн М.М., Недоступ А.А. Механика орудий рыболовства: учебник. Москва: Моркнига, 2011. 527 с.
5. Горлин С.М. Экспериментальная аэромеханика: учебное пособие. Москва: Высшая школа, 1970. 423 с.
6. Корпачев В.П. Теоретические основы водного транспорта леса: монография. – Москва: Изд-во «Академия Естествознания», 2009. 237 с.
7. Фонарев А.Л. Задачник по гидравлике и гидравлическим машинам в промышленном рыболовстве: учебное пособие. Москва: Колос, 1995. 160 с.
8. Судовые устройства: справочник / Под ред. М. П. Александрова. Ленинград: Судостроение, 1987. 656 с.
9. Габрюк В.И., Кулагин В.Д. Механика орудий рыболовства и АРМ промысловика: монография. Москва: Колос, 2000. 416 с.
10. Дядик В.Ф., Байдали С.А., Криницын Н.С. Теория автоматического управления: учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. 196 с.



REFERENCES

1. Kuvshinov G.E., Naumov L.A., Chupina K.V. *Sistemy upravleniya glubinoy pogruzheniya buksiruemykh ob"ektov: monografiya* [System control the immersion depth of the towed objects: monograph]. Vladivostok: Dal'nauka Publ., 2005. 285 p.
2. Krashennnikov V.R., Shigapov R.D. *Model' dvizheniya kabel'-trosa, svyazyvayushchego nadvodnyy nositel' i neobitaemyy podvodnyy apparat* [Model for the motion of the cable-rope linking the surface vehicle and unmanned underwater vehicle]. *Automation of control processes*, 2013. No. 1 (31), p. 80-85.
3. Trunin K.S. *Uravneniya dinamiki elementa gibkoy svyazi morskoy privyaznoy sistemy* [Dynamic equations of the element flexible coupling marine harness system]. *Sbornik nauchnykh trudov Natsional'nogo universiteta korablestroeniya*, 2017. No. 1, p. 18-25.
4. Rozenshteyn M.M., Nedostup A.A. *Mekhanika orudiy rybolovstva: uchebnik* [Mechanics of fishing gears: a tutorial]. Moscow: Morkniga Publ., 2011. 527 p.
5. Gorlin S.M. *Ekspperimental'naya aeromekhanika: uchebnoe posobie* [Experimental Aeromechanics: a training manual]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1970. 423 p.
6. Korpachev V.P. *Teoreticheskie osnovy vodnogo transporta lesa: monografiya* [Theoretical foundations of water transport timber: monograph]. Moscow: Akademiya Estestvoznaniya Publ., 2009. 237 p.
7. Fonarev A.L. *Zadachnik po gidravlike i gidravlicheskim mashinam v promyshlennom rybolovstve: uchebnoe posobie* [Book of problems on hydraulics and hydraulic machinery in the industrial fisheries: a training manual]. Moskva: Kolos Publ., 1995. 160 p.
8. *Sudovye ustroystva: spravochnik* [Ship devices: Handbook]. Edit by M.P. Alexandrov. Leningrad: Shipbuilding Publ., 1987. 656 p.
9. Gabryuk V.I., Kulagin V.D. *Mekhanika orudiy rybolovstva i ARM promyslovika: monografiya* [Mechanics of fishing gears and fishers AWP: monograph]. Moskva: Kolos Publ., 2000. 416 p.
10. Dyadik V.F., Baydali S.A., Krinitsyn N.S. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya: uchebnoe posobie* [Automatic control theory: textbook]. Tomsk: Publishing house of Tomsk Polytechnic University, 2011. 196 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Ахмедов Исфендияр Махмуд-оглы

Калининградский государственный технический университет, г. Калининград, Россия, аспирант кафедры водных ресурсов и водопользования,

E-mail: isfendi@mail.ru

Ahmedov Isfendiar Mahmud-oglu

Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia, post-graduate student of The Water Resources Department

E-mail: isfendi@mail.ru

Наумов Владимир Аркадьевич

Калининградский государственный технический университет», г. Калининград, Россия, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой водных ресурсов и водопользования, действительный член Российской инженерной академии, действительный член Российской академии естественных наук,

E-mail: van-old@rambler.ru



Naumov Vladimir Arkad'evich

Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia, Chairman of The Water Resources Department, Doctor of Technical Sciences, Professor, Member of Russian Engineering Academy, Member of Russian Academy of Natural Science,

E-mail: van-old@rambler.ru

Корреспондентский почтовый адрес и телефон для контактов с автором статьи:
236022, Россия, Калининград, Советский пр., 1, КГТУ, ГУК, каб. 372. Наумов В.А.
8(4012)99-53-37