



УДК 534.22

О СКОРОСТИ ЗВУКА И ВОЗНИКНОВЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

С.С. Воронков

ON SOUND VELOCITY AND EMERGENCE OF TURBULENCE

S.S. Voronkov

Аннотация. Установлено, что из полученной формулы для скорости звука в потоке вязкого теплопроводного газа с учетом диссипации энергии и теплообмена следует нарушение линейного закона Гука, связывающего изменение давления с относительной объемной деформацией. Рассмотрен механизм возникновения турбулентности в вязком теплопроводном газе с позиции нарушения линейного закона Гука. Показано, что малые акустические возмущения плотности, возникающие в потоке вязкого теплопроводного газа, вызывают непропорциональные пульсации давления, порождающие турбулентность. Приводятся результаты вычислительного и натурального экспериментов.

Ключевые слова: *скорость звука; возникновение турбулентности; вязкий теплопроводный газ.*

Abstract. It was found that from the resulting formula for the speed of sound in a viscous heat-conducting gas, taking into account energy dissipation and heat exchange to be a violation of the linear Hooke's law relates the change in pressure relative volume deformation. The mechanism of the emergence of turbulence in a viscous heat-conducting gas from a position of violation of linear Hooke's law reviewed. It is shown that small acoustic density perturbations arising in the flow of a viscous heat-conducting gas, cause disproportionate pressure pulsation generating turbulence. The results of computing and physical experiments are given.

Keywords: *sound velocity; emergence of turbulence; viscous heat-conducting gas.*

Введение

Проблема возникновения турбулентности привлекает внимание инженеров и ученых с конца XIX века, но окончательного решения пока не получено. Вот что пишет по этому поводу известный исследователь турбулентности В. В. Струминский [1]: «Другие важные исследования, начатые также еще Рейнольдсом, относятся к проблемам устойчивости течения как проблеме возникновения турбулентности. Выводы линейной теории устойчивости только качественно соответствуют экспериментам Шубауэра и Скрэмстеда. Расчеты критических чисел Рейнольдса по линейной теории приводят к значениям, которые почти на два порядка отличаются от экспериментальных. Начатые исследования по применению нелинейной теории пока далеки от завершения». В работах Леконта, Тиндаля, Рэля, Майера и др. [2, 3] установлено влияние звука на поведение пламени газовых горелок и газовых струй. В работах [4, 5, 6] и др. установлено влияние акустических возмущений на возникновение турбулентности в пограничном слое, но неясен механизм воздействия. Каким образом малые акустические возмущения приводят к возникновению гидродинамических волн Толлмина-Шлихтинга со скоростями распространения, значительно меньшими скорости звука? Рассмотрим эти факты с позиции установленного в работах автора нарушения линейного закона Гука, связывающего изменение давления с относительной объемной деформацией [7].



Теоретическая часть

Одним из основных физических свойств жидкостей и газов является сжимаемость, которая определяется, как способность вещества изменять свой объем под действием всестороннего давления. Традиционно считается, что сжимаемость газов достаточно точно описывается линейным приближением, согласно которому изменение давления связано с относительной объемной деформацией законом Гука

$$dp = -E \frac{dV}{V} = -E \frac{dv}{v} = E \frac{d\rho}{\rho}, \quad (1)$$

где: p — давление, E — модуль объемной упругости газа, V, v, ρ — объем, удельный объем, плотность газа соответственно. Модуль объемной упругости E представляет собой коэффициент пропорциональности.

Помимо модуля упругости газа для характеристики сжимаемости используют также коэффициент сжимаемости и скорость звука, которые следующим образом связаны между собой

$$\beta = \frac{1}{E}, \quad a^2 = \frac{E}{\rho}, \quad (2)$$

где: β – коэффициент сжимаемости, a – скорость звука, ρ – плотность.

Линейная зависимость между изменением давления и изменением объема справедлива при постоянстве модуля упругости газа. Модуль упругости покоящихся газов зависит от их давления и, при постоянстве этого параметра, является постоянной величиной. Поэтому для покоящихся газов линейный закон Гука достаточно точно описывает связь между изменением давления и изменением объема.

Но для движущегося потока вязкого теплопроводного газа с поперечным сдвигом эта линейная зависимость между изменением давления и изменением объема нарушается, так как модуль упругости зависит от процессов, происходящих в этой среде (скорости потока, частоты и интенсивности возмущения, градиентов скорости и температуры и др.). Покажем это.

В [8] получена формула для скорости звука в потоке вязкого теплопроводного газа с учетом диссипации энергии и теплообмена:

$$a^2 = a_s^2 + \frac{\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} p - \text{grad} p) + (k - 1)\Phi}{\frac{\partial \rho}{\partial t}}, \quad (3)$$

где a_s – адиабатное и изоэнтропное значение скорости звука; p, ρ – давление и плотность газа; Φ – функция, учитывающая диссипацию энергии и теплообмен



$$\Phi = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) +$$

$$+ \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\};$$

T – температура газа; **V** – вектор скорости газа с проекциями u, v, w на оси декартовой системы координат x, y, z соответственно; λ – коэффициент теплопроводности; μ – коэффициент динамической вязкости; t – время; k – показатель адиабаты.

Найдем модуль объемной упругости, учитывая полученное выражение для скорости звука (3):

$$E = \rho a^2 = \rho a_s^2 + \rho \frac{\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} \rho) + (k - 1) \Phi}{\frac{\partial \rho}{\partial t}}. \tag{4}$$

Анализ выражения (4) показывает, что модуль объемной упругости можно представить в виде

$$E = E_s + E_n, \tag{5}$$

где: $E_s = \rho a_s^2$ – адиабатный модуль объемной упругости,

$$E_n = \rho \frac{\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} \rho) + (k - 1) \Phi}{\frac{\partial \rho}{\partial t}} \text{ – нелинейная добавка модуля объемной упругости,}$$

обусловленная диссипацией энергии и теплообменом в потоке вязкого теплопроводного газа.

Из (5) следует, что модуль объемной упругости с учетом нелинейной добавки является локальной функцией параметров потока, изменяющейся от точки к точке в потоке. Качественный анализ зависимости нелинейной добавки модуля объемной упругости от различных факторов показывает, что

$$E_n = f \left(\lambda, \mu, \frac{\Delta T}{h^2}, \frac{u^2}{h^2}, \frac{1}{\rho_{amp} \omega} \right), \tag{6}$$

где h — характерный размер, ρ_{amp} – амплитуда возмущения плотности, ω – круговая частота возмущения плотности.

То есть нелинейная добавка прямо пропорциональна квадрату скорости потока и обратно пропорциональна амплитуде и частоте возмущения плотности.

С учетом (5) найдем, согласно (1), характер изменения давления при изменении плотности

$$dp = E_s \frac{d\rho}{\rho} + E_n \frac{d\rho}{\rho}. \quad (7)$$

Запишем уточненный закон Гука (7) как сумму линейной и нелинейной составляющих. Подставляя составляющие модуля объемной упругости (5) в (7), получим

$$dp = dps + dpn = a_s^2 d\rho + (\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} \rho) + (k-1)\Phi) dt, \quad (8)$$

где $dps = a_s^2 d\rho$ – линейная составляющая изменения давления в законе Гука, $dpn = (\mathbf{V} \cdot (a_s^2 \text{grad} \rho - \text{grad} \rho) + (k-1)\Phi) dt$ – нелинейная составляющая изменения давления в уточненном законе Гука.

Из выражения (8) следует, что в потоке вязкого газа с поперечным сдвигом нарушается линейный закон Гука изменения давления в зависимости от изменения плотности. Так как нелинейная добавка в уточненном законе Гука (8) является локальной функцией параметров потока, малые возмущения плотности будут приводить к непропорциональным изменениям давления, порождающим турбулентные пульсации.

Результаты вычислительного и натурного экспериментов

В качестве математической модели при проведении вычислительного эксперимента принята модель, подробно описанная в [8]. Это уравнения: неразрывности, Навье-Стокса в проекциях на оси x и y , энергии и состояния. В этой системе из пяти уравнений неизвестных 5 величин: p , ρ , T , u , v – давление, плотность, температура, проекции скорости потока на оси x и y . Моделируется распространение возмущения плотности в ламинарном потоке вязкого теплопроводного газа в плоском канале с параболическим профилем скорости – рис. 1.

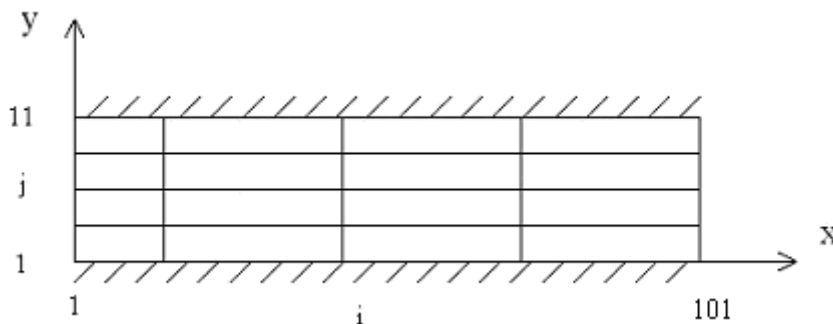


Рисунок 1 – Плоский канал: i – номер узла конечно-разностной сетки по оси x ; j – номер узла конечно-разностной сетки по оси y .

Количество узлов конечно-разностной прямоугольной сетки по оси y принимается 11, количество узлов по оси x – 101. Шаг конечно-разностной сетки принимается равномерным по осям x и y : $\Delta x = \Delta y = 10^{-3}$ м. Шаг по времени определялся из условия устойчивости и принимался равным $\Delta t = 2 \cdot 10^{-6}$ с. Численное решение системы конечно-разностных уравнений осуществлялось по двухшаговой схеме Браиловской, описанной в [8]. Программа реализована в среде MathCad Professional 2000.

Дополнительно анализировался закон изменения нелинейной добавки dpn в уточненном законе Гука – выражение (8) – рис. 2.

Анализ полученного закона изменения нелинейной добавки Δp_n по сечению канала показывает, что закон близок к параболическому и при малых амплитудах возмущения плотности одинаков в различных сечениях канала. Закон изменения Δp_n в этом случае определяется параметрами потока в установившемся течении – значениями градиентов скоростей, давлений, плотности и температур. При увеличении максимальной скорости потока на оси канала изменение размаха нелинейной добавки давления Δp_n (разность между значениями Δp_n в точках $j=2$ и $j=6$ – рис.2) увеличивается по следующему закону – рис. 3.

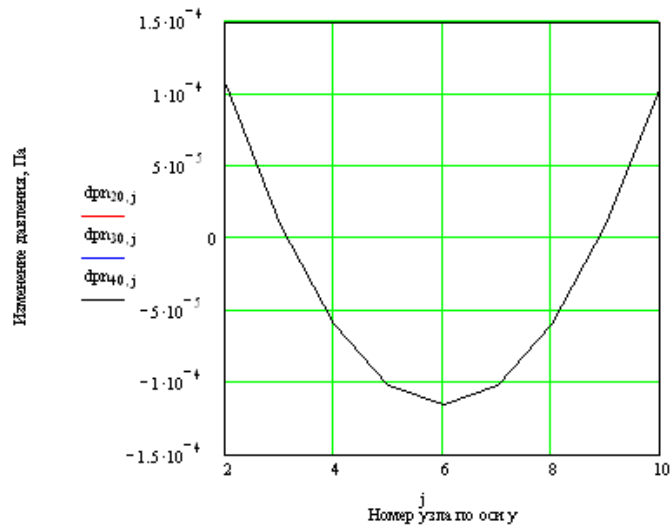


Рисунок 2 – Изменение нелинейной добавки давления Δp_n по сечению канала при различных $i=20, 30, 40$; амплитуда возмущения плотности составляла $\rho_{amp} = 10^{-10}$ кг/м³; максимальная скорость потока на оси канала $U_m = 10$ м/с.

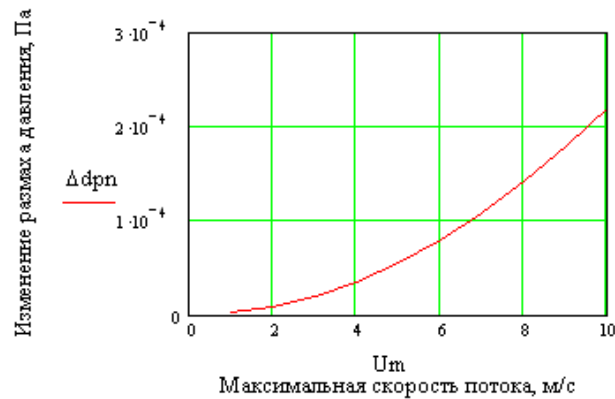


Рисунок 3 – Изменение размаха нелинейной добавки давления Δp_n .

Анализ полученной зависимости – рис. 3 показывает, что при увеличении скорости потока увеличивается и нелинейная добавка Δp_n в уточненном законе Гука – выражение (8).

В вычислительном эксперименте анализировалось влияние гармонического акустического возмущения плотности на входе в канал на устойчивость ламинарного потока. Возмущение плотности задавалось на входе по всему сечению канала в виде $\rho_{amp} \cdot \cos(2\pi n / NTP)$, где n – шаг по времени (количество шагов в приведенном расчете принималось 100), $NTP=40000$ – период возмущения, соответствующий частоте 12,5 Гц. Число Рейнольдса составляло 2205. На последующих рисунках приводится сравнение двух

режимов при значениях амплитуды возмущения плотности $\text{ramp} = 10^{-4} \text{ кг/м}^3$ и при отсутствии возмущения $\text{ramp} = 0$.

На рисунке 4 в сечениях $i=60 \div 80$ наблюдается возникновение пульсаций давления по длине канала. На рисунке 10 в сечениях $i=60 \div 80$ наблюдается возникновение поперечной составляющей скорости v по длине канала. На рисунке 12 в сечениях $i=60 \div 80$ наблюдается возникновение пульсаций нелинейной добавки давления drp по длине канала, что является причиной возникновения поперечной составляющей скорости v по длине канала в этой зоне на рисунке 10.

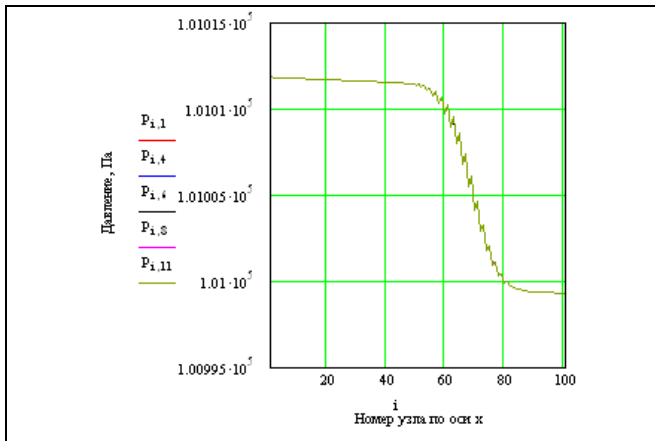


Рисунок 4 – Изменение давления по длине канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 10^{-4} \text{ кг/м}^3$.

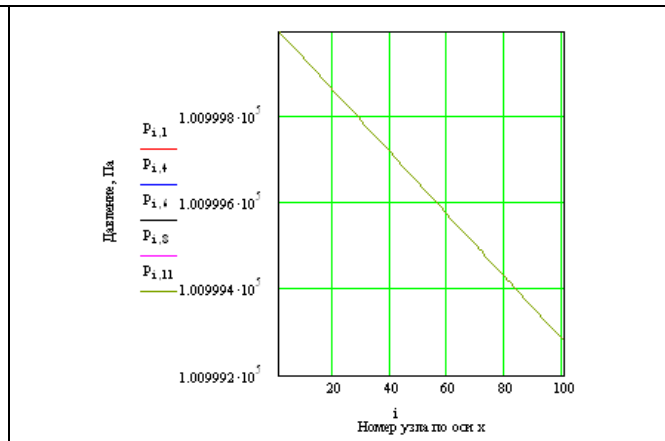


Рисунок 5 – Изменение давления по длине канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 0$.

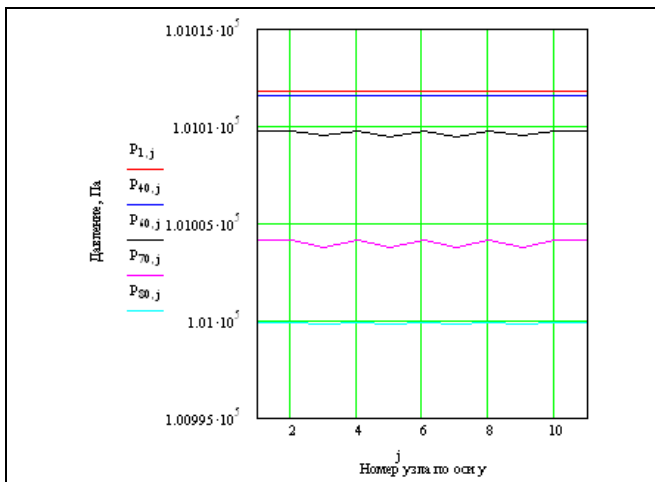


Рисунок 6 – Изменение давления по сечению канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 10^{-4} \text{ кг/м}^3$.

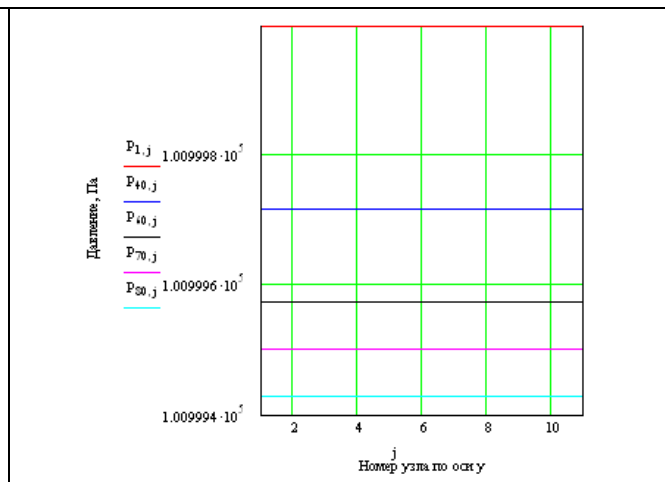
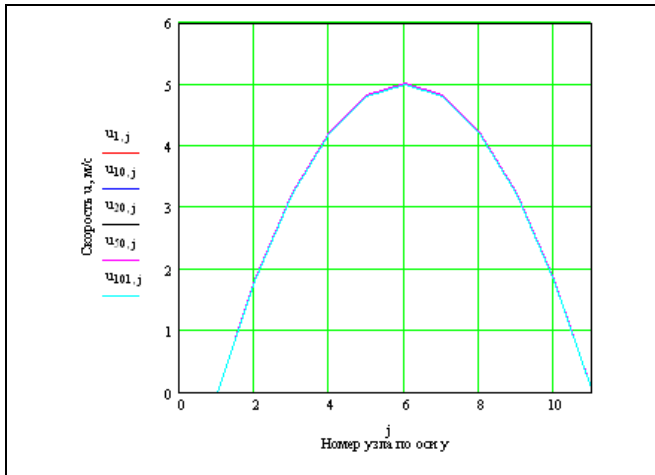
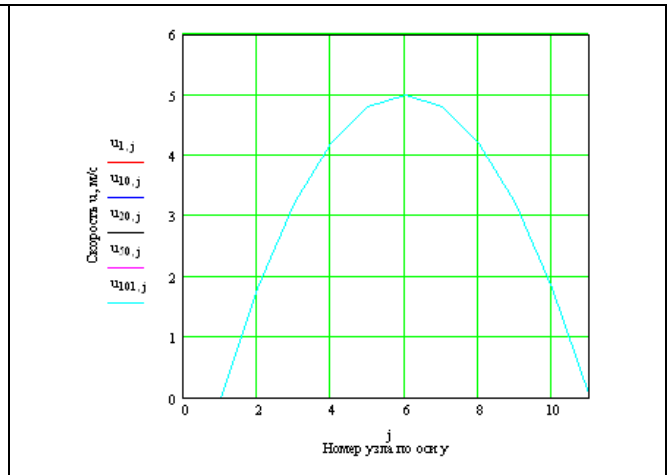
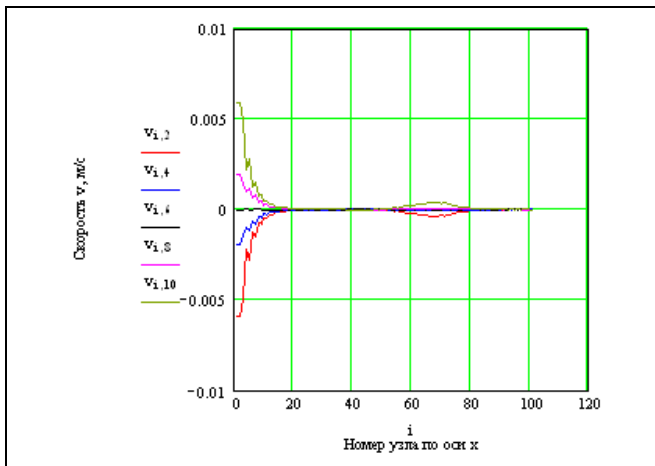
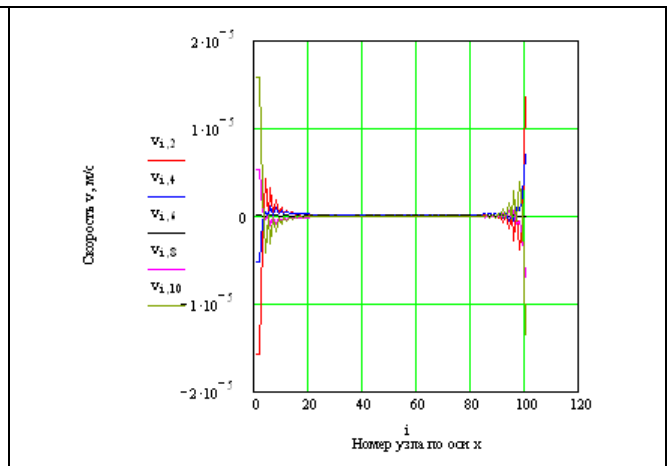
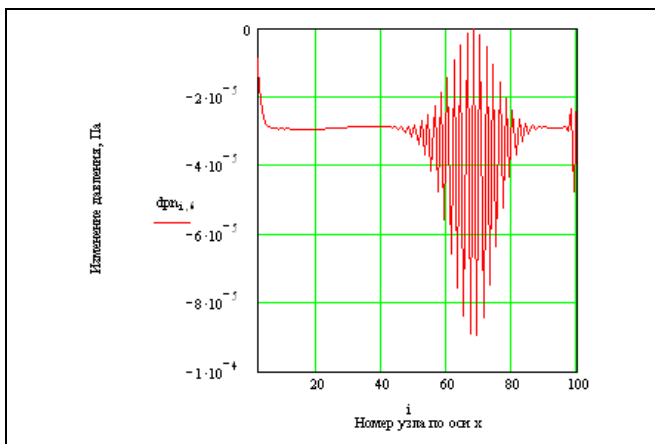
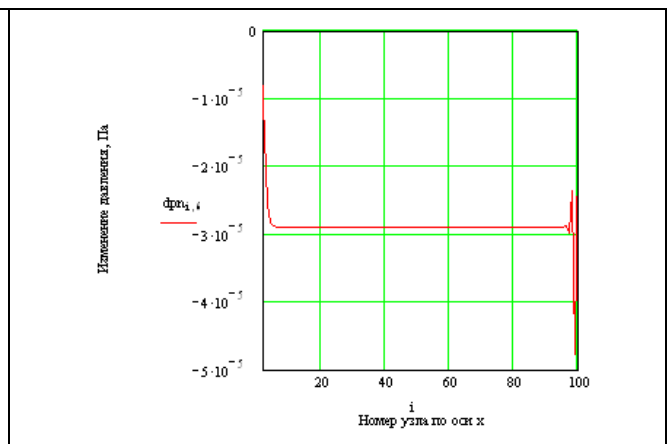


Рисунок 7 – Изменение давления по сечению канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 0$.

Рисунок 8 – Изменение скорости u по сечению канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 10^{-4} \text{ кг/м}^3$.Рисунок 9 – Изменение скорости u по сечению канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 0$.Рисунок 10 – Изменение скорости v по длине канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 10^{-4} \text{ кг/м}^3$.Рисунок 11 – Изменение скорости v по длине канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 0$.Рисунок 12 – Изменение нелинейной добавки давления dpn по длине канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 10^{-4} \text{ кг/м}^3$.Рисунок 13 – Изменение нелинейной добавки давления dpn по длине канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 0$.

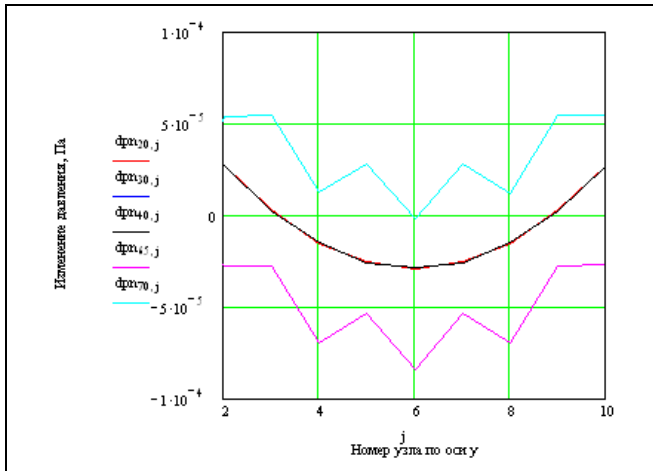


Рисунок 14 – Изменение нелинейной добавки давления δp_{nl} по сечению канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 10^{-4} \text{ кг/м}^3$.

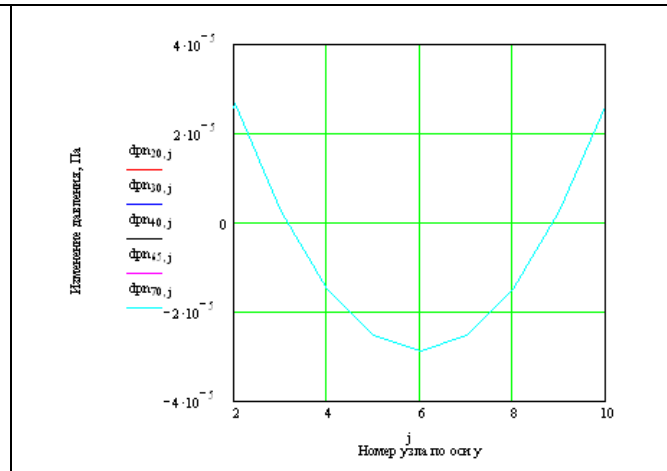


Рисунок 15 – Изменение нелинейной добавки давления δp_{nl} по сечению канала в момент времени $n = 100$, $\text{ramp} = 0$.

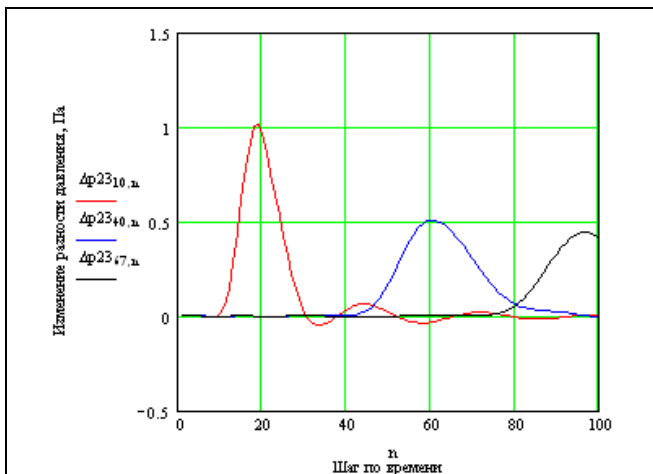


Рисунок 16 – Изменение разности давлений в точках $j=2$ и $j=3$ во времени в фиксированном сечении канала $i=10,40,67$; $\text{ramp} = 10^{-4} \text{ кг/м}^3$.

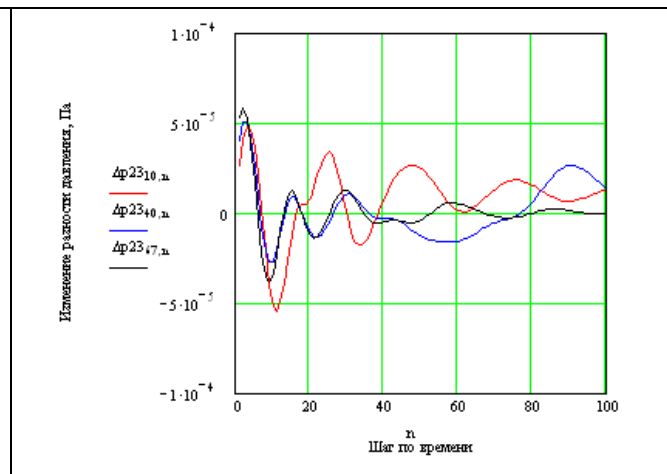


Рисунок 17 – Изменение разности давлений в точках $j=2$ и $j=3$ во времени в фиксированном сечении канала $i=10,40,67$; $\text{ramp} = 0$.

Из рисунка 16 следует, что создание возмущения плотности на входе порождает в поперечном сечении канала ($i=10$) между точками $j=2$ и $j=3$ градиент давления значительной величины $\Delta p = 1 \text{ Па}$ и вызывающий пульсации потока в поперечном направлении – составляющая скорости v на рис. 10.

Проведенный вычислительный эксперимент свидетельствует о влиянии акустических возмущений плотности на устойчивость ламинарного режима течения вязкого теплопроводного газа в плоском канале. Это влияние осуществляется через нелинейную добавку давления δp_{nl} , входящую в уточненный закон Гука (8), и порождающую поперечные градиенты давления в канале.

Во всех экспериментальных исследованиях «естественного» перехода отмечалось существование достаточно интенсивных низкочастотных возмущений [6]. В [6] отмечается: «Эти низкочастотные пульсации резко усиливались в области возникновения турбулентных пятен, что указывает на их существенную роль в процессе перехода, ... причины их возникновения далеко не ясны». Из выражения (6) следует, что нелинейная добавка модуля объемной упругости обратно пропорциональна частоте возмущения плотности и, следовательно, низкочастотные акустические возмущения будут приводить, согласно (7), к непропорциональным пульсациям давления, порождающим турбулентность. Для проверки

этого положения был проведен эксперимент по возникновению турбулентности в воздушной струе под действием звука. Схема эксперимента приведена на рис. 18. Методика проведения эксперимента разработана в [3].

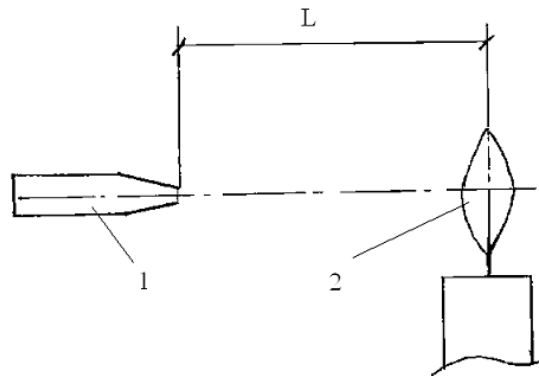


Рисунок 18 – Схема эксперимента по возникновению турбулентности в воздушной струе под действием звука; 1 – сопло воздушной струи с внутренним диаметром на выходе 1,5 мм; 2 – пламя горящей свечи; L — длина ламинарного участка воздушной струи.

Пламя свечи используется как индикатор, позволяющий визуально наблюдать возникновение турбулентности. Скорость воздушной струи на выходе из сопла выбирается незначительной, что бы начальный ламинарный участок струи попадал в область пламени свечи. Длина ламинарного участка струи выбирается порядка $L=60...90$ мм. Создание звука приводит к возникновению турбулентности в начальном ламинарном участке струи, что визуально наблюдается по пламени свечи. Для создания звука использовался генератор сигналов специальной формы Г6-27 (задавался гармонический сигнал) и низкочастотный динамик 4А.28У4 с эффективным рабочим диапазоном частот 70...1400 Гц. Уровень звукового давления измерялся шумомером ВШВ-003. Звук излучался перпендикулярно направлению движения струи и в этой плоскости измерялся уровень звукового давления. Анализировался частотный диапазон, в котором происходит возникновение турбулентности. Результаты измерений представлены на рис. 19. В частотном диапазоне 70...1000 Гц создание звукового поля приводит к возникновению турбулентности, сопровождающейся хаотическими колебаниями пламени свечи. При увеличении частоты звука струя становится нечувствительной к акустическим колебаниям, что подтверждает полученные зависимости (6) и (7). С увеличением частоты звуковых волн уменьшается нелинейная добавка модуля объемной упругости и уменьшается амплитуда пульсаций давления в струе, порождающая возникновение турбулентности.

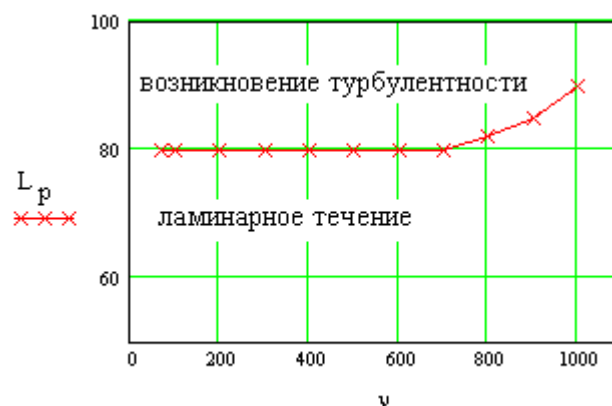


Рисунок 19 – Возникновение турбулентности в воздушной струе при акустическом воздействии; L_p – уровень звукового давления, дБ; ν – частота звука, Гц.



Заключение

- Показано, что в потоке вязкого теплопроводного газа нарушается линейный закон Гука, связывающий изменение давления с относительной объемной деформацией. Малые акустические возмущения плотности, возникающие в потоке вязкого теплопроводного газа, вызывают непропорциональные пульсации давления, порождающие турбулентность.
- Экспериментально установлено, что акустические возмущения низкой частоты 70...1000 Гц приводят к возникновению турбулентности в воздушной струе.
- Полученные аналитические зависимости для модуля объемной упругости вязкого теплопроводного газа, уточненного нелинейного закона Гука, связывающего изменение давления с изменением плотности, подтверждаются вычислительным и натурным экспериментами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Турбулентные течения / Под ред. В.В. Струминского. М.: Наука, 1977. – 252 с.
2. Рэлей. Теория звука. Т. II. М.: Изд-во техн.-теор. лит., 1955. 475 с.
3. Майер В.В. Простые опыты со струями и звуком. М.: Наука, 1985. 128 с.
4. Власов Е.В., Гиневский А. С. Влияние акустических возмущений на переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный // Учен. Зап. ЦАГИ, 1971. Т. II, № 2. С. 1-10.
5. Поляков Н.Ф. Индуцирование гидродинамических волн в ламинарном пограничном слое продольным звуковым полем // Симпозиум по физике акустико-гидродинамических явлений. М.: Наука, 1975. С. 216-223.
6. Качанов Ю.С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. Новосибирск: Наука, 1982. 151 с.
7. Воронков С.С. О модуле упругости вязкого теплопроводного газа // Электронный журнал «Техническая акустика», 2010, 4. URL: <http://www.ejta.org>.
8. Воронков С.С. О скорости звука в потоке вязкого газа с поперечным сдвигом // Электронный журнал «Техническая акустика», 2004, 5. URL: <http://www.ejta.org>.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Воронков Сергей Семенович

ФГБОУ ВПО «Псковский государственный университет», г. Псков, Россия, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой дорожного строительства,

E-mail: vorss60@yandex.ru.

Voronkov Sergey Semenovich

FSEI HPE «Pskov State University», Pskov, Russia, Chairman of The Road Construction Department, Candidate of Technical Science, Docent,

E-mail: vorss60@yandex.ru.

Корреспондентский почтовый адрес и телефон для контактов с автором статьи:

180000, Псков, пл. Ленина, 2, ПсковГУ, Воронков С.С.

8(8112)79-76-80